

BÖLÜM 3

TOPLU ve ANA ÜRETİM PLÂNLAMA

3.1. TOPLU ÜRETİM PLANI ve ANA ÜRETİM PROGRAMI

Toplu Üretim Plânı (Aggregate Production Plan); gelecek zaman dönemindeki üretim, istem ve stok miktarlarını, zaman dilimleri itibariyle toplu (aggregate) değerler (ton, hektolitire, adam*saat, makina*saat vb.) şeklinde gösteren plândır. Bu tip plânlama ürün aileleri bazında yapılır. Toplu üretim plânlarında ayrıntıya inilmediği ve ayrıntı açısından kesinlik bulunmadığı söylenebilir. Toplu Üretim Plânına dayalı olarak Ana Üretim Programı hazırlanır.

Ana Üretim Programı (MPS - Master Production Schedule); Toplu Üretim Plânındaki değerler ve kesinleşen siparişlere göre her ürünün üretiminin (tüm ürün tipleri için ayrı ayrı) hangi zaman diliminde (toplu üretim plânına göre daha kısa dönemler olmak üzere) yapılacağını belirttiği programdır.

Toplu Üretim Plânı'nın, Ana Üretim Programı'na göre gösterdiği ayırıcı özellikler şunlardır:

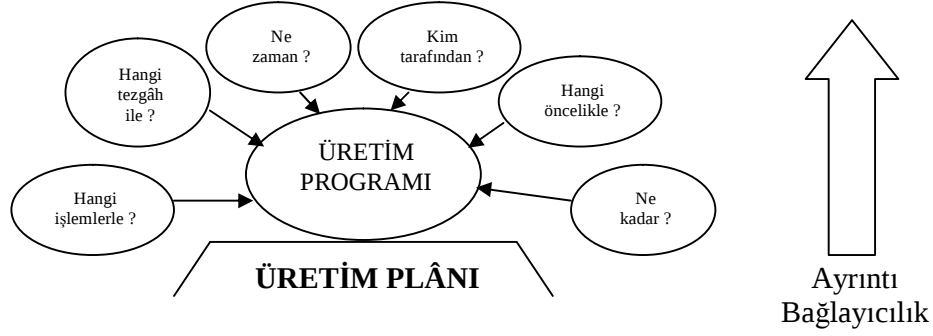
- a. Toplu Üretim Plânı daha uzun vadeli (1 yıl ve üzeri), Ana Üretim Programı daha kısa vadelidir (1 aydan 1 yıla kadar).
- b. Üretim, istem ve stoklar Toplu Üretim Plânında ürün aileleri bazında, Ana Üretim Programında ürün bazındadır.
- c. Ana Üretim Programı, Toplu Üretim Plânına dayanır.
- d. Malzeme Gereksinim Plânlaması, Toplu Üretim Plânına göre değil Ana Üretim Programına göre yapılır.

Üretim Programı ise; her parçanın üretimine hangi tarihte başlanacağını, işlemlerin hangi bölümlerde ve tezgâhlarda yapılacağını, her parçanın işlenme önceliğini ve işlerin bitiş zamanını ayrıntılı olarak belirten plândır.

Genel olarak üretim plânı ve üretim programı ilişkisi, Şekil 3.1.'de görülmektedir (Özden, 1989, s.139).

Üretim programının, üretim plânına göre gösterdiği ayırıcı özellikler şunlardır:

- a. Program, plâna dayanır.
- b. Program; miktar, zaman, kişi ve tezgâh yönünden plânın ayrıntılandırılmış biçimidir.
- c. Program, plâna göre daha bağlayıcıdır.



Şekil 3.1. Üretim plâni ve üretim programı

3.2. ANA ÜRETİM PROGRAMININ HAZIRLANMASI

3.2.1. Giriş

Üretim plâni hazırlama çalışması; hammadde temin durumu, rakiplerin durumu, istem, siparişler, fason üretim olanakları, ekonomik koşullar gibi çevresel etmenler ile varolan fiziksel kapasite, varolan işgücü düzeyi, stok düzeyleri ve üretim için gereken diğer eylemler gibi işletme içi etmenlerden etkilenmektedir. Üretim plânlama eyleminden beklenenler ise, her üründen dönemlere göre üretilecek miktarlar, seçenek üretim süreçleri, her atölyede ve tezgâhta hangi ürünün ne zaman üretileceği, stok düzeyleri, bekleyen sipariş miktarları, fason üretime verilen miktarlar, fazla mesai ve ek vardiya kullanımı, kullanılmayan (âtıl) kapasite durumları, işgücü düzeyi ve bu düzeydeki değişimler, malzeme tedârik programı, tezgâh ve donanım gereksinimleri, “üret” veya “dışarıdan satın al” kararları vb.’dir. Etmen sayısının çokluğu, tek çözüm yöntemi ile sonuç elde etmeyi olanaksızlaştırmaktadır.

Toplu üretim plânının belirlenmesinde kullanılan yöntemlerde (Toplu Üretim Plânlama Yöntemleri); işgücü düzeyini değiştirme, fazla mesai veya vardiya sayısını değiştirme, fason üretim olanağını kullanma, stok düzeyini değiştirme, bekleyen sipariş düzeyini değiştirme gibi stratejiler kullanılarak istemdeki dalgalanmaları karşılayan en az mâliyetli ana üretim programı elde edilmeye çalışılmaktadır. Hangi yöntemin daha etkin çözümler vereceği, problemin yapısı ile yöntemin özellikleri arasındaki uyuma bağlı olacaktır.

Üretim plânlarında öncelikle ele alınan bilgi istemdir. Bunu doğal karşılamak gerekir. Çünkü asıl amaç; tüketicinin istediği ürünü, istenilen zamanda ve miktarda hazır bulundurmaktır. İstem tahminlerinin duyarlılığını etkileyen iki etmen vardır:

1. **Zaman:** Tahminlerin içerdiği zaman aralığı uzadıkça duyarlılık azalır.
2. **Ayrıntıya İnme Derecesi:** İstemi tahmin edilecek ürün sayısı arttıkça duyarlılık azalır. Uygun biçimde oluşturulan ürün grupları için yapılan istem tahminleri daha duyarlıdır.

Bu iki özellik gözönüne alınırsa, üretim plânlarının uygun bir zaman aralığını içerecek biçimde ve ayrıntıya fazla inilmeden düzenlenmesinin yerinde olacağı söylenebilir. Ürünlerin gruplandırılması, üretim araçları ve üretim yöntemleri hakkında köklü bilgiye sahip olmayı gerektirir. Teknolojik olanakların, makina ve insangücü kapasitesinin ve diğer etmenlerin kısıtlayıcı etkilerinin hesaba katılması, ancak bu konuda bilgili olmakla olanaklıdır. O hâlde, bir üretim plânının hazırlanmasında uyulması gereken ilkeler şu şekilde ifade edilebilir:

- a. Uygun plânlama periyodunun seçimi
- b. Uygun ürün gruplarının oluşturulması
- c. Kısıtlayıcı etmenlerin bilinçli olarak hesaba katılması

Bu ilkelere göre hazırlanacak bir üretim plânı; belirli zaman aralıklarındaki üretim miktarını, üretimin plâna uygun yürümesini kontrol edecek araç ve yöntemleri ve tüm fabrikayı içeren iş yükü dağıtım düzenini belirleyen bir araç olacaktır. Üretim plânları; bir yandan tezgâh başındaki işçiye o gün ne yapacağını bildiren iş emirlerinin temel malzemesini oluştururken, diğer yandan her düzeydeki yöneticiye yol gösteren bir kontrol aracı niteliğini taşıyacaktır.

Üretim plânında yer alan ürün grupları, aynı üretim işlemlerini gören veya aynı tezgâhlarda işlenen ürünlerden oluşmalıdır. Bu konuda Satış Bölümü ile ÜPK Bölümü arasında sıkı bir işbirliği yapılmalıdır. Pazarlama açısından yapılan bir ürün gruplamasından üretim plânlamada yararlanmak güçtür. İstem tahmin çalışmalarında ÜPK'nın görev almasının nedenlerinden biri budur.

Üretim plânlarının yönetici ve uygulayıcılara daha fazla yararlı olmasını sağlamak için basit ve kolay anlaşılır biçimde tasarlanması şarttır. Plânlama yordamının yanısıra, sonuç olarak ortaya çıkan tablo, diyagram ve ölçülerde basitliğe özen gösterilmelidir. Özellikle ölçme birimlerinin parça sayısı, işçilik saati gibi üretimde kullanılan birimler arasından seçilmesine dikkat edilmelidir.

Sürekli üretim yapan, ürün çeşidi fazlalığı ve istem dalgalanmaları nedeniyle stok bulundurma zorunluğu olan bir üretim işletmesinde üretim plânlarının hazırlanması için yapılacak işler şöyle sıralanabilir (Kobu, 1999):

1. **Üretim plânının içereceği zaman aralığı saptanır:** Genellikle birer aylık dilimler hâlinde bir yıllık dönem alınır. Stok düzeylerini, üretim hızını ve kapasite durumunu kontrole yarayan bu plân, daha sonra üçer aylık dönemleri içeren haftalık üretim programlarına dönüştürülür. İşletmenin özellikleri gerektirdiği takdirde, daha kısa veya uzun zaman aralıkları seçilebilir.
2. **Ekonomik stok düzeyleri hesaplanır:** Stok politikalarına ve istem değişim özelliklerine göre mâliyetleri enküçükleyen miktarlara güvenlik stokları eklenerek bulunur.
3. **İstem tahminleri yapılır:** Plânlama dönemi içinde istemin aylara veya uygun bir zaman aralığına göre değişimi ve "en az - en çok" düzeyleri belirlenir.

4. **Plânlama dönemi başındaki ve sonundaki stok düzeyleri belirlenir:** Dönem başında ambarda bulunan ve henüz ambara sevkedilmemiş bulunan ürünler ve dönem sonunda güvenlik stoğuna ek olarak bulundurulması istenen ürünlerdir.
5. **Başlangıç ve bitiş stokları arasındaki fark bulunur.**
6. **Plânlama dönemi içinde üretilmesi gereken miktar bulunur:** Dönem içindeki satış tahmini değeri ile 5. maddede elde edilen fark değerinin toplamından ibârettir.
7. **Üretilmesi istenen miktar dönem dilimlerine dağıtılır:** Dağıtım; stok düzeyleri, üretim hızının değişkenliği, dinlence kayıpları, tamir-bakım süreleri ve kapasite olanakları gözönüne alınarak yapılır.

Plânlama dönemi sonunda istenen stok düzeyi ve dönem için istem tahmini verildiği takdirde bir periyottaki (örneğin haftalık) rahatlıkla hesaplanabilir.

Haftalık ürün üretim plânında verilen değerlere göre, her hafta için, uygulanacak parça üretim programları düzenlenir. Bunun için, ürünü oluşturan parçalar ve işlenecek malzemeler saptandıktan sonra iş istasyonlarına, yapılması gereken işler ve süreleri belirlenir. İşçilerin günlük faaliyetlerini ayrıntılı olarak belirleyen iş emirleri bu programlardan yararlanarak hazırlanır.

Satış, üretim ve stok fonksiyonlarını bütүнleştiren bir yaklaşımla plânlama yapılır. Bir üretim plânının hazırlanmasında üç temel stratejiden biri seçilir:

1. **İstemi İzleme Stratejisi:** Üretim hızı, istemdeki değişimleri çok yakından izler ve bu nedenle stok düzeyi sifıra yakındır. Buna karşılık üretim hızı değişimlerinde yapılan işe alma ve işten çıkarma, fazla mesai, vardiya sayısını değiştirme vd. işlemlerin mâliyeti yüksektir.
2. **Sabit Üretim Hızı Stratejisi:** Plânlama dönemi boyunca üretim hızı sabit tutulur. İstem ile üretim arasındaki farklar, stok bulundurma veya bulundurmama mâliyetlerinin artmasına yol açar. Bu stratejinin avantajı, kolay plânlama ve düşük hazırlık masraflarıdır.
3. **Karma Strateji:** İlk iki stratejinin sakıncalarını dengelemek amacıyla her iki strateji de duruma göre karma bir şekilde uygulanır.

Belirli bir ürün için üretim plânının hazırlanmasında hangi stratejinin seçileceği, her stratejinin kağıt üzerinde ayrı ayrı değerlendirilmesi sonunda olanaklı olur. Karma stratejide alternatif sayısı çok fazla olabileceğinden hesaplamaların, uygun çözüm yöntemleri ve bilgisayar programları kullanarak yapılması yerinde olur.

Üretim işletmeleri için hazırlanan üretim plânları genellikle bir yıllık, üç aylık veya aylık dönemlerde haftalık üretim miktarlarını belirler. Üretim programları için

esas alınan değerler haftalık üretim miktarlarıdır. Üretim plânlamasında çok sık karşılaşılan bir soru plânların ne zaman veya ne kadar sık değiştirileceğidir. Tanımından anımsanacağı üzere plân bağlayıcı değildir ve değiştirilebilir. Önemli olan sorun bu değişikliklerin nasıl yapılacağıdır. Sürekli üretim yapan bir üretim işletmesinde benzer ürün gruplarının her biri için Üretim Plânlama yapılır. Ürünlerin benzerliği, uygulanan işlemlerde kullanılan tezgâhlar açısından ele alınır. Bu gruplar içinde değişik üretim hızlarında olan ürünler biraraya getirilerek alt gruplar oluşturulabilir. Birbirlerinden görece bağımsız üretim bölümleri için ayrı plânlar düzenlenebilir. Örneğin alt montaj ve montaj bölümleri için ayrı üretim plânları yapılması yararlı olabilir. Daha somut bir örnek olarak yirmi değişik model elektrik süpürgesi üreten bir fabrikayı gözönüne alalım. Böyle bir fabrikada ÜPK bölümünü ilgilendiren plânlar şöyle gruplandırılır:

1. **Ürünler:** Çok miktarda ve hızlı üretilen ürünler ile küçük parti üretimi için ayrı ayrı plânlar hazırlanabilir.
2. **İmâl edilen parçalar:** Elektrik süpürgesini oluşturan motor gövde elektrik donanımının plastik kısımları gibi ana parçaların üretimleri ayrı ayrı plânlarda belirlenir.
3. **Hazır tedârik edilen parçalar:** Fabrika dışından hazır olarak satın alınan ve bir işlem görmeden doğrudan montaj hatlarında kullanılan parçaların plânlama açısından karakteristikleri farklıdır. Örneğin tedârik süresi çok kısa, uzun veya tümüyle belirsiz olabilir. Stokta tutma mâliyetleri arasında önemli farklar bulunabilir. Bu nedenle stok kontrol yöntemleri uygulayarak hazır parçalar için ayrı plânlar düzenlemek yerinde olur.

Üretim plânlarında miktarların ortak, anlamlı ve uygun bir ölçü birimi ile belirtilmesi istenir. Ölçü biriminin ortak olması, gruplama veya kıyaslama bakımından gereklidir. Anlamlılık, plânları yorumlayan, diğer işletme faaliyetleri ile ilgisini kuran ve sonunda karar verecek olan kişiler yâni yöneticiler için önemlidir. Ölçme biriminin uygunluğu hesaplama işlemlerinin kolay yapılması ve hatalara yol açmamasını sağlayan özelliklerden oluşur. Örneğin değişik model süpürgelerde kullanılan tek tip elektrik motorunu adet, çok değişik büyüklüklerdeki dişli çarkları adam*saat, plastikleri kilogram cinsinden ölçmek doğru olur.

3.2.2. Sabit Üretim Hızına Göre Plânlama

Bu yönteme göre üretimi plânlarken, sabit bir üretim hızının tutturulacağı, değişen istemin stoklardan karşılanacağı düşünülür.

Yöntemin yararı, üretim hızını değiştirmekten kaynaklanan sorunlarla karşılaşılmasındır. Bir başka deyişle; ek mesai, ek vardiya, yeni işgücü ve donanım sağlanması ya da onlara yol verilmesi gibi önemli sorunlarla karşılaşılmaz. Yöntemin sakıncası ise, stoklama mâliyetlerini artırmasıdır (Özden, 1989, s.140).

Örnek 3.1.

Beş haftalık bir üretim plânı yapılmak istenmektedir. Beş haftalık istem değerleri ($\dot{I}_k$; $k=1, 2, 3, 4, 5$) şöyledir (Özden, 1989, s.140):

$$\dot{I}_k = \{20, 25, 30, 30, 35\}$$

Dönem başı stoğu (S_{db}) 130 adet olup, dönem sonu stoğunun (S_{ds}) 135 adet olması istenmektedir.

Bu üç temel veriye dayanarak şu hesaplamalar yapılır:

- 1) Plânlama dönemindeki toplam üretim miktarı hesaplanır:

$$T\ddot{U}M = (S_{ds} - S_{db}) + T\dot{I}$$

$T\ddot{U}M$: Toplam Üretim Miktarı

$T\dot{I}$: Toplam İstem

$$T\dot{I} = \sum_{k=1}^5 \dot{I}_k = 20 + 25 + 30 + 30 + 35 = 140 \text{ adet}$$

$$T\ddot{U}M = (135 - 130) + 140 = 145 \text{ adet}$$

- 2) Her zaman diliminde üretilecek miktar belirlenir:

$$\ddot{U} = T\ddot{U}M / N$$

$\ddot{U}$: Bir Zaman Dilimindeki Üretim

N : Zaman Dilimi Sayısı

$$\ddot{U} = 145 / 5 = 29 \text{ adet}$$

- 3) Zaman dilimlerine ilişkin istem öngörülleri ve üretim miktarları dikkate alınarak, stok miktarları belirlenir ve bilgiler, haftalık üretim plânında özetlenir (Tablo 3.1.):

$$S_k = (\ddot{U}_k - \dot{I}_k) + S_{k-1}$$

S_k : k. zaman diliminin stoğu

S_{k-1} : (k-1). zaman diliminin stoğu

$\ddot{U}_k$: k. zaman diliminin üretimi

$\dot{I}_k$: k. zaman diliminin istemi

$$S_1 = (29 - 20) + 130 = 139$$

$$S_2 = (29 - 25) + 139 = 143$$

$$S_3 = (29 - 30) + 143 = 142$$

$$S_4 = (29 - 30) + 142 = 141$$

$$S_5 = (29 - 35) + 141 = 135$$

Tablo 3.1. Sabit üretim hızına göre üretim plâni

HAFTALIK ÜRETİM PLÂNI DÖNEM: 5.4.1999-7.5.1999			ÜRÜN: DPH90 MOTOR DÖNEM BAŞI STOĞU: 130 adet DÖNEM SONU STOĞU: 135 adet ÜRETİM MİKTARI: 29 adet/hafta		
Tarih	Plânlanan/ Gerçekleşen	Üretim	İstem (Satış)	Dönem Sonu Stok	Düşünceler
1. Hafta (5/4-9/4)	Plânlanan	29	20	139	
	Gerçekleşen				
2. Hafta (12/4-16/4)	Plânlanan	29	25	143	
	Gerçekleşen				
3. Hafta (19/4-23/4)	Plânlanan	29	30	142	
	Gerçekleşen				
4. Hafta (26/4-30/4)	Plânlanan	29	30	141	
	Gerçekleşen				
5. Hafta (3/5-7/5)	Plânlanan	29	35	135	
	Gerçekleşen				
Toplam		145	140		

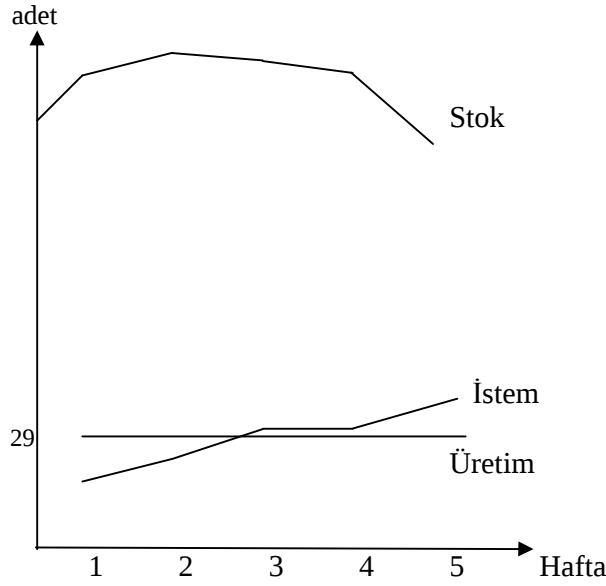
Tabloda fiili satışların ve bunun sonucu ortaya çıkan fiili stok düzeylerinin kaydedilmesi için yer ayrılmıştır. Her hafta sonu gerçek değerler tabloya işlendiği takdirde, plân ile aradaki farkları derhal görmek olanaklıdır. Sapmalar fazla ise, ilgililer uyarılarak gerekli tedbirlerin alınması sağlanır.

Plânlama dönemi içindeki değişimin açık seçik görülmesinde tablolara ek olarak grafiklerin kullanılması büyük yarar sağlar. Örneğin Tablo 3.1.'de haftalık istem, üretim ve stok durumlarını veren rakamlar, düşey eksenle adet; yatay eksenle haftaların yer aldığı bir grafik kağıdı üzerine geçirildiğinde Şekil 3.2. elde edilir. Sözkonusu değerlerin zaman eksenindeki değişimi ve birbirlerine göre durumları, grafikte çok daha açık bir biçimde izlenebilmektedir. Plânlama döneminin ilk iki haftasında üretim, istemin üzerinde gitmekte ve dolayısıyla stoklar yükselmektedir. İstem arttığı haftalarda üretim hızı daha düşük olduğundan stoklar azalmakta ve dönem sonunda istenilen 135 adet düzeyine inmektedir. Öte yandan, Şekil 3.2.'deki grafiği, toplam (birikimli) değerler için de çizmek olanaklıdır.

3.2.3. Değişken Üretim Hızına Göre Plânlama

Bu yönteme göre üretimi plânlarken, stokların sabit tutularak, değişen istem miktarının, üretim hızının değiştirilmesiyle karşılanacağı düşünülür.

Yöntemin yararı, stoklama mâliyetlerinin düşürülerek belirli bir düzeyde kalmasına olanak vermesidir. Sakıncası ise, üretim hızını değiştirmekten kaynaklanan sorunlarla yüzyüze kalınmasıdır. Üretim hızını istem miktarına ayarlayabilmek için ek mesai, ikinci vardiya, işe alma ve işten çıkarma gibi yollara başvurulur. Bunların her birinin yaratacağı parasal, hukukî ve vicdanî sorunların göğüslenmesi gerekir.



Şekil 3.2. Üretim, istem ve stokların plânlama dönemi içindeki değişimi

Örnek 3.2.

Altı aylık bir yakıt alım plânı yapılmak istenmektedir. Ocak-Haziran ayları arası dönemi içeren altı aylık istem öngörülleri sırasıyla 200, 160, 236, 254, 290 ve 240 tondur. Dönem başı ve dönem sonu stokları ise sırasıyla 230 ve 200 tondur (Özden, 1989, s.142).

- 1) Plânlama dönemindeki toplam alım (üretim) miktarı bulunur.

$$TÜM = (S_{ds} - S_{db}) + Tİ$$

$$Tİ = 200 + 160 + 236 + 254 + 290 + 240 = 1.380 \text{ ton}$$

$$TÜM = (200 - 230) + 1.380 = 1.350 \text{ ton}$$

- 2) Her zaman dilimi sonunda elde kalacak stok miktarı bulunur.

$$\begin{aligned} S_k &= (S_{ds} - S_{db}) / N + S_{k-1} \\ &= (200 - 230) / 6 + S_{k-1} \\ &= S_{k-1} - 5 \end{aligned}$$

$$S_1 = 230 - 5 = 225$$

$$S_2 = 225 - 5 = 220$$

$$S_3 = 220 - 5 = 215$$

$$S_4 = 215 - 5 = 210$$

$$S_5 = 210 - 5 = 205$$

$$S_6 = 205 - 5 = 200$$

- 3) Zaman dilimlerine ilişkin istem öngörülerini ve stok miktarları dikkate alınarak, alım (üretim) miktarları belirlenir ve bilgiler, aylık yakıt alım plânında özetlenir (Tablo 3.2.).

$$\ddot{U}_k = \dot{I}_k + (S_k - S_{k-1})$$

$$\ddot{U}_1 = 200 + (225 - 230) = 195$$

$$\ddot{U}_2 = 160 + (220 - 225) = 155$$

$$\ddot{U}_3 = 236 + (215 - 220) = 231$$

$$\ddot{U}_4 = 254 + (210 - 215) = 249$$

$$\ddot{U}_5 = 290 + (205 - 210) = 285$$

$$\ddot{U}_6 = 240 + (200 - 205) = 235$$

Tablo 3.2. Değişken üretim hızına göre üretim plânı

AYLIK YAKIT ALIM PLÂNI DÖNEM: OCAK-HAZİRAN 1999			ÜRÜN: YAKIT DÖNEM BAŞI STOĞU: 230 ton DÖNEM SONU STOĞU: 200 ton ALIM MİKTARI: 1.350 ton		
Dönem	Plânlanan/ Gerçekleşen	Alım	İstem Öngörüsü	Dönem Sonu Stok	Düşünceler
Ocak 1999	Plânlanan	195	200	225	
	Gerçekleşen				
Şubat 1999	Plânlanan	155	160	220	
	Gerçekleşen				
Mart 1999	Plânlanan	231	236	215	
	Gerçekleşen				
Nisan 1999	Plânlanan	249	254	210	
	Gerçekleşen				
Mayıs 1999	Plânlanan	285	290	205	
	Gerçekleşen				
Haziran 1999	Plânlanan	235	240	200	
	Gerçekleşen				
Toplam		1.380	1.350		

3.2.4. Karma Plânlama

Bu yöntem, ilk iki seçeneğin bir karışımı olup; yerine göre üretim hızında değişiklik yapılmasını, yerine göre de istemin stoklardan karşılanmasını gerektirir. İlk iki seçeneği dengeleyen bir yaklaşım olduğundan, genellikle mâliyetler üzerinde ilk iki seçeneğe göre azalma sağlar. Tablo 3.3.'de, bu yaklaşımla hazırlanan bir üretim plânı görülmektedir. Burada üretim miktarı, **adam*saat** olarak alınmıştır. Değişik ürünleri birarada içeren üretim plânı yapıldığında, üretim miktarlarının adam*saat gibi ortak ölçü birimleriyle belirtilmesi kaçınılmaz olmaktadır. Tablo 3.3.'de üretim hızı bir kez değiştirilerek ilk iki yönteme göre uzlaşma sağlanmıştır.

Bu bölümde, belli bir plânlama döneminde ürüne olan istemin zamanla değişmesi durumunda, plânlama çalışmalarında karşılaşılan sorunlar ve bunların çözümleri incelenecektir. Plânlama dönemi, alt-dönemlere bölünmüş olup, her alt-

dönemdeki istemin bilindiği varsayılmaktadır. Ancak istem, her alt-dönemde farklılık gösterebilir. Bu durumda plânlama problemi, dinamik olarak nitelendirilir.

Tablo 3.3. Karma yönteme göre düzenlenen aylık üretim plâni örneği

AYLIK ÜRETİM PLÂNI*				ÜRÜN: BÜTANGAZ FIRINI BAŞLANGIÇ STOĞU: 1.200 adam*saat BİTİŞ STOĞU: 1.795 adam*saat ÜRETİM: DEĞİŞKEN				
Aylar	Hafta Sayısı	Pln. (P) /Fiili (F) Miktar	Satış		Üretim		Stok **	Haftalık Üretim
			Aylık	Birikimli	Aylık	Birikimli		
Ekim	5	P	800	800	975	975	1.375	195
		F						
Kasım	4	P	600	1.400	780	1.755	1.555	195
		F						
Aralık	4	P	500	1.900	780	2.535	1.835	195
		F						
Ocak	5	P	1.000	2.900	975	3.510	1.810	195
		F						
Şubat	4	P	800	3.700	780	4.290	1.790	195
		F						
Mart	4	P	800	4.500	780	5.070	1.770	195
		F						
Nisan	4	P	900	5.400	780	5.850	1.650	195
		F						
Mayıs	5	P	1.200	6.600	975	6.825	1.425	195
		F						
Haziran	4	P	1.000	7.600	1.272	8.097	1.697	318
		F						
Temmuz	2	P	1.000	8.600	636	8.733	1.333	318
		F						
Ağustos	5	P	1.500	10.100	1.590	10.323	1.423	318
		F						
Eylül	4	P	900	11.000	1.272	11.595	1.795	318
		F						

* Tüm değerler 1.000 adam*saat işçilik cinsinden verilmiştir.

** En az stok düzeyi 1.400 adam*saat eşdeğer ürün'dür.

Dinamik problemlerde, değişken bir istemi sürekli olarak karşılamak durumunda kalan yöneticiler, aşağıda özetlenen seçeneklerden birini uygulamak zorundadırlar:

1. İstemin görece az olduğu dönemlerde stoğa çalışarak, yüksek istem dönemleri için stokları doldurmak. Dolayısıyla, sabit bir üretim hızı saptamak ve istemdeki dalgalanmaları, stok düzeyindeki değişikliklerle karşılamaya çalışmak (Bu durum daha önce incelendi).
2. Yüksek istem dönemlerinde müşteriyi (sipârîşi) geri çevirme durumuna göz yummak.
3. İşgücünü sabit tutarak, yüksek istem dönemlerinde fazla mesai yoluyla üretim hızını değiştirmek.

4. Yüksek istem dönemlerinde fason üretim yaptırmak.
5. Dalgalanan istem grafiğine paralel olarak işgücünün hacmini sürekli olarak ayarlamak.

Bu seçeneklerden herhangi birinin uygulamaya konması, ancak birtakım mâliyet öğelerinin incelenmesi ve bu mâliyetlerin birbirleriyle karşılaştırılması sonunda olanaklı olabilecektir. Bu mâliyetler, aşağıda belirtilmiştir:

1. Fason üretim mâliyeti
2. Stokta tutma (envanter taşıma) mâliyeti
3. Üretim hızını değiştirme mâliyeti (örneğin, tezgâh hazırlama mâliyetleri, çizelgeleme değişikliğinden doğan kayıpların mâliyetleri, değişiklik sırasında bozulan (düşük) kalitenin getirdiği ek mâliyetler vb.)
4. İstemi zamanında karşılayamamanın getirdiği ek mâliyetler (örneğin kaybedilen müşterilerin ve kaybedilen satışların mâliyeti)
5. İşgücü düzeylerini değiştirme mâliyeti (örneğin yeni işçi almada işçinin eğitim ve ortama uyumlandırılma mâliyeti, işçi çıkarmada ödenen tazmînât ve diğer kayıplar)
6. Normal kapasiteden sapma mâliyetleri (örneğin fazla mesai mâliyetleri ya da düşük kapasitede çalışmanın neden olduğu fırsat mâliyeti)

İzleyen örnekler, örnek numaralarının yanında parantez içinde yazılı olan Tablo, Transportasyon ve Farklı Stratejilerin Kullanımı yöntemleriyle çözülmüştür.

Örnek 3.3. (Tablo Yöntemi)

Bir işletme, istemdeki değişimleri; fazla mesai, stokta tutma ve fason üretim stratejilerini kullanarak karşılamayı düşünmektedir. İşletmenin istem öngörüsü tekniklerini kullanarak bulduğu toplu istem öngörüsü, eşdeğer miktara indirgenmiş şekilde Tablo 3.4.'de verilmiştir (Tanyaş, 1987, s.84).

Tablo 3.4. Toplu istem değerleri

Dönem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
İstem (*1.000 adet)	10	15	30	27	30	16	12	10	18	26	30	17

Eşdeğer miktar, tüm ürünlerin ortak ve toplu olarak ifade edildikleri birimdir. Zaman birimleri de bu noktada kullanılabilir. Üst yönetim; daha önce üretim hızını aşan istem miktarlarını fason olarak karşılamaktaydı. Ancak artan fason üretim mâliyeti ve siparişin çabuk teslimindeki rekâbet nedeniyle diğer stratejileri de değerlendirerek en ekonomik karma stratejiyi bulmaya karar vermiştir. Bu amaçla üretim sistemi karakteristikleri aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

- Normal mesaide dönem başına üretilebilecek en fazla miktar : 19 (*1.000) adet
- Fazla mesaide dönem başına üretilebilecek en fazla miktar : 4 (*1.000) adet
- Fason üretimde dönem başına üretilebilecek en fazla miktar : Sonsuz
(istenildiği kadar yaptırılabilmekte)
- Normal mesaide ürün üretme mâliyeti : 30 PB/adet
- Fazla mesaide ürün üretme mâliyeti : 35 PB/adet

- Fason üretimde ürün üretme mâliyeti : 37 PB/adet
- Bir adet ürünü bir dönem için stokta tutma mâliyeti : 1 PB/(adet*dönem)

Bu problemin çözümü Tablo 3.5.'de verilmiştir. Parantez içindeki değerler, hangi dönem için üretim yapıldığını göstermektedir.

Tablo 3.5. Toplu üretim plânlama probleminin çözümü

Dönem	İstem Miktarı	Normal Mesai	Fazla Mesai	Fason Üretim
1	10	10(1), 7(3), 2(4)		
2	15	15(2), 4(3)		
3	30	19(3)	2(4), 2(5)	
4	27	19(4)	4(4)	
5	30	19(5)	4(5)	5(5)
6	16	16(6)		
7	12	12(7), 7(11)		
8	10	10(8), 6(10), 3(11)		
9	18	18(9), 1(10)		
10	26	19(10)		
11	30	19(11)	1(11)	
12	17	17(12)		

Önce dönem-1'i ele alalım. Bu dönemdeki istem miktarı 10 adettir. En düşük mâliyet, normal mesaideki üretim mâliyeti olduğundan, bu 10 adet normal mesaide yapılmasına karar verilir. Dönem-2 için de durum aynıdır ve 15 adetlik istem, normal mesai ile karşılanır. Ancak dönem-3'deki istem miktarı 30 adettir ve o dönem için normal mesai üretim kapasitesi olan 19 adeti aşmaktadır. Kapasiteyi aşan 11 adet için dört farklı seçenek durum vardır:

- Adet başına 35 PB'lik mâliyetle dönem-3'de fazla mesai kullanmak
- Adet başına 37 PB'lik mâliyetle dönem-3'de fason üretim kullanmak
- Dönem-2'de kullanılmayan normal mesai kapasitesini ($19-15=4$) kullanmak [Bu durumda üretilen her bir ürün, bir dönem stokta bekleyeceğinden ürün başına mâliyet ($30+1=$) 31 PB olur]
- Dönem-1'de kullanılmayan normal mesai kapasitesini ($19-10=9$) kullanmak [Bu durumda üretilen her bir ürün, stokta iki dönem bekleyeceğinden ürün başına mâliyet ($30+2=$) 32 PB olur]

Doğal olarak bu, belirlilik altında karar verme durumuna bir örnektir ve en ekonomik olan değer seçilir. 11 adet 4'ünün dönem-2'de normal mesai ile, geri kalan 7'sinin dönem-1'de normal mesai ile üretilmesine karar verilir. Bu şekilde dikkatli bir geri izleme ile problemin çözümü sürdürülür.

Örnek 3.4. (Transportasyon Yöntemi)

Bir işletme, dört dönemlik üretim plânını hazırlamak istemektedir. Bu dört döneme ilişkin istem değerleri sırasıyla 100, 200, 180 ve 300 adettir. Herhangi bir

dönemde bir adet ürün üretmenin mâliyeti 40 PB, bir adet ürünü bir dönem stokta tutmanın mâliyeti 5 PB, istemi karşılayamamaktan dolayı ürün başına yoksatma (elde bulundurmama) mâliyeti ise 10 PB/dönem'dir. Üretim kapasitesi, varolan üretim olanaklarına göre değişmekte olup söz konusu dört dönem için sırasıyla 50, 180, 280 ve 270 adettir. Amaç, en az mâliyetli üretim plânını elde etmektir (Tanyaş, 1987, s.92).

Bu problem, transportasyon modeli şeklinde modelleme yapılarak çözülebilir. Bu durumda mâliyetler üç tip olacaktır:

- Aynı dönemde üretilen ve satılan ürünler için üretim mâliyeti
- Üretilmiş olup, daha sonraki dönemlerde satılan ürünler için (üretim+stoklama) mâliyeti
- Önceden satılabileceği hâlde, sonraki dönemlerde üretilen ürünler için (üretim+yoksatma) mâliyeti

Probleme ilişkin transportasyon modeli Tablo 3.6.'da, modelin başlangıç çözümü ise Tablo 3.7.'de verilmiştir (ÜD: Üretim Dönemi; İD: İstem Dönemi).

Tablo 3.6. Üretim-stok problemi için bir transportasyon modeli

	İD ₁	İD ₂	İD ₃	İD ₄	Üretim Kapasitesi (adet)
ÜD ₁	X ₁₁ 40	X ₁₂ 45	X ₁₃ 50	X ₁₄ 55	50
ÜD ₂	X ₂₁ 50	X ₂₂ 40	X ₂₃ 45	X ₂₄ 50	180
ÜD ₃	X ₃₁ 60	X ₃₂ 50	X ₃₃ 40	X ₃₄ 45	280
ÜD ₄	X ₄₁ 70	X ₄₂ 60	X ₄₃ 50	X ₄₄ 40	270
İstem (adet)	100	200	180	300	780

Tablo 3.7. Üretim-stok transportasyon modelinin başlangıç çözümü

	İD ₁	İD ₂	İD ₃	İD ₄	Üretim Kapasitesi (adet)
ÜD ₁	50 40	45	50	55	50
ÜD ₂	50 50	130 40	45	50	180
ÜD ₃	60	70 50	180 40	30 45	280
ÜD ₄	70	60	50	270 40	270
İstem (adet)	100	200	180	300	780

Tablo 3.6.'da örneğin X₄₁; dönem-1'de istendiği hâlde dönem-4'de üretilen miktar olup, bu durum için ürün başına mâliyet değeri ise, [C₄₁=40+(10+10+10)=] 70 PB'dir.

Tablo 3.7.'deki duruma göre elde edilen en az mâliyet değeri (Z=) 32.550 PB'dir. Modelin son (gerçek) çözümü ise transportasyon tekniklerinden biri (MODI, taş adımlama yöntemi vb.) kullanılarak çözülür.

Örnek 3.5. (Transportasyon Yöntemi)

Bir işletme, dört dönemlik üretim plânını (normal ve fazla mesai üretimi olarak ayrı ayrı) plânlamak istemektedir. Bu dört döneme ilişkin istem değerleri sırasıyla 75, 95, 50 ve 60 adettir. Bu istemleri karşılayabilmek için sahip olunan normal mesai kapasiteleri sırasıyla 50, 60, 50 ve 60 adet; fazla mesai kapasiteleri ise sırasıyla 20, 20, 10 ve 10 adettir. Birim üretim mâliyetleri, normal mesai için 10 PB/adet, fazla mesai için ise 15 PB/adet'tir. Elde bulundurma mâliyeti 5 PB/(adet*dönem), elde bulundurmama mâliyeti ise 20 PB/(adet*dönem) olarak saptanmıştır. Bu verilere göre, en az toplam mâliyetli üretim plânının bulunması istenmektedir. Bir transportasyon modeli kurunuz. Bu modelin başlangıç çözümünü belirleyiniz ve bu çözümün toplam mâliyetini hesaplayınız.

Örnek 3.4.'de geçen biçimde üç tip mâliyet sözkonusudur: Üretim, (üretim+stoklama), (üretim+yoksatma).

Probleme ilişkin transportasyon modeli ve modelin başlangıç çözümü, Tablo 3.8.'de verilmiştir.

Tablo 3.8. Üretim-stok transportasyon modelinin başlangıç çözümü

Üretim Dönemleri		İstem Dönemleri								Kapasite (adet)
		1		2		3		4		
1	NM	50	10*		15		20		25	50
	FM	20	15*		20		25		30	20
2	NM	5	30*	55	10*		15		20	60
	FM		35	20	15*		20		25	20
3	NM		50	20	30*	30	10*		15	50
	FM		55		35	10	15*		20	10
4	NM		70		50	10	30*	50	10*	60
	FM		75		55		35	10	15*	10
İstem (adet)		75		95		50		60		280

Bu başlangıç çözümünün toplam mâliyetini hesaplayalım:

$$\begin{aligned}
 TM &= 10*50 + 15*20 + 30*5 + 10*55 + 15*20 + 30*20 + 10*30 + \\
 &\quad 15*10 + 30*10 + 10*50 + 15*10 \\
 &= 3.800 \text{ PB}
 \end{aligned}$$

Örnek 3.6. (Farklı Stratejilerin Kullanımı Yöntemi)

Tablo 3.9.'da, bir işletme için aylara göre çalışma günleri sayısı, üretilmesi gereken ürün miktarları (istem öngörülürü) ve güvenlik stokları verilmektedir. Güvenlik stokları, istemin öngörülenden büyük olması olasılığını gözönüne alarak belirlenen en az düzeylerdir (Tanyaş, 1987, s.86).

Tablo 3.9. Güvenlik stoklarının ve üretim miktarlarının öngörüsü, birikimli üretim ve birikimli en büyük üretim miktarı, ortalama günlük üretim miktarı

1	2	3	4	5	6	7	8
Ay	Üretim Günü Sayısı	Birikimli Üretim Günü Sayısı	İstenen Üretim Miktarı	Birikimli Üretim Miktarı	Güvenlik Stoğu	Birikimli En Büyük Üretim Miktarı (5)+(6)	Ortalama Günlük Üretim Miktarı (4)/(2)
Ocak	22	22	5.000	5.000	2.800	7.800	227,3
Şubat	20	42	4.000	9.000	2.500	11.500	200,0
Mart	23	65	4.000	13.000	2.500	15.500	173,9
Nisan	19	84	5.000	18.000	2.800	20.800	263,2
Mayıs	22	106	7.000	25.000	3.200	28.200	318,2
Haziran	22	128	9.000	34.000	3.500	37.500	409,1
Temmuz	20	148	11.000	45.000	4.100	49.100	550,0
Ağustos	23	171	9.000	54.000	3.500	57.500	391,3
Eylül	11	182	6.500	60.500	3.000	63.500	590,9
Ekim	22	204	6.000	66.500	3.000	69.500	272,7
Kasım	22	226	5.000	71.500	2.800	74.300	227,3
Aralık	18	244	5.000	76.500	2.800	79.300	277,8

Sütun-7; güvenlik stoğu ile birikimli üretim miktarlarının toplamını göstermektedir.

Sütun-8, günlük ortalama üretilmesi gereken ürün miktarını göstermektedir. Sütun-4 değerinin, Sütun-2 değerine bölünmesi ile hesaplanır.

Bu işletme, en iyi (en düşük mâliyetli) üretim plânını belirlemek için farklı plânlar (stratejiler) geliştirilmiş ve bunları karşılaştırmıştır. Geliştirilen dört farklı plân ve bunlara ilişkin mâliyet hesapları, izleyen sayfalarda görülmektedir.

Bu işletmede üretim plânlarına ilişkin mâliyet değerleri ve diğer değerler şu şekilde belirlenmiştir:

Elde bulundurma (Stokta tutma) mâliyeti	: 51 PB/adet*yıl
Elde bulundurmama (Yoksatma) mâliyeti	: 342 PB/adet*yıl
İşgücü (Üretim hızı) değiştirme mâliyeti	: 200 PB/kişi
Fazla mesai mâliyeti	: 10 PB/adet
Fason üretim mâliyeti	: 15 PB/adet
Normal mesai kapasitesi	: 350 adet/gün
Fazla mesai kapasitesi	: 60 adet/gün
Fason üretim kapasitesi	: Sonsuz

Plân-1:

Bu plân, sabit bir üretim hızı öngörmektedir. Bu üretim hızı; Tablo 3.9.'daki Sütun-5'in en alt satırında görülen birikimli üretim miktarı olan 76.500 adet, Sütun-3'ün en alt satırında görülen birikimli üretim günü sayısı olan 244'e bölünmesi ile elde edilir:

$$76.500 / 244 \cong 314 \text{ adet/gün}$$

Bu değer, işletme normal mesai kapasitesi olan 350 adet/gün'den küçük olduğundan, istem normal mesai ile karşılanabilir. Bu plânda, istem değişimlerini, stokta tutma stratejisi kullanarak karşılamak amaçlanmıştır. Başlangıç stoğu 2.800'dür. Bu plânın toplam mâliyetini belirlemek için, aylara göre elde bulundurulmuş ve elde bulundurulmayan stok miktarlarını belirlemek gerekir. Tablo 3.10.'da Sütun-6'da bu değerler görülmektedir. Negatif (-) değerler, güvenlik stoklarının içine girildiğini gösterir. Güvenlik stoğu miktarı da aşılsa, elde bulundurmama mâliyeti sözkonusu olacaktır.

Tablo 3.10. Plân-1 için ilk durumda stok miktarlarının hesaplanması

1	2	3	4	5	6	7
Üretim Günü Sayısı	Üretim Hızı (adet/gün)	Aylık Üretim Miktarı (1)*(2)	Birikimli Üretim Miktarı (Başlangıç Stoğu: 2.800)	Birikimli En Büyük Üretim Miktarı (Tablo 3.9.'dan Sütun-7)	Aylık Stok (4)-(5)	(1)*(6)
22	314	6.908	9.708	7.800	1.908	41.976
20	314	6.280	15.988	11.500	4.488	89.760
23	314	7.222	23.210	15.500	7.710	177.330
19	314	5.966	29.176	20.800	8.376	159.144
22	314	6.908	36.084	28.200	7.884	173.448
22	314	6.908	42.992	37.500	5.492	120.824
20	314	6.280	49.272	49.100	172	3.440
23	314	7.222	56.494	57.500	-1.006	-23.138
11	314	3.454	59.948	63.500	-3.552	-39.072
22	314	6.908	66.856	69.500	-2.644	-58.168
22	314	6.908	73.764	74.300	-536	-11.792
18	314	5.652	79.416	79.300	116	2.088
244						

Varolan durumdaki ortalama stok miktarını hesaplamak için Sütun-7'deki pozitif (+) değerlerin toplamını, sözkonusu dönemlere ilişkin toplam üretim günü sayısına (22+20+23+19+22+22+20+18=166) bölmek gerekmektedir:

Ortalama stok miktarı

$$\begin{aligned}
 &= (41.976+89.760+177.330+159.144+173.448+120.824+3.440+2.088) / 166 \\
 &= 768.010 / 166 \\
 &= 4.626,6 \text{ adet}
 \end{aligned}$$

Bir adet ürünün elde bulundurma mâliyeti 51 PB/(adet*yıl), elde bulundurma durumunun sözkonusu olduğu sekiz aylık dönem için ise;

$$51 * 8 / 12 = 34 \text{ PB/(adet*dönem)}$$

olacaktır. Dolayısıyla toplam elde bulundurma mâliyeti;

$$4.626,6 * 34 = 157.304 \text{ PB}$$

olacaktır. Ortalama elde bulundurmama miktarı aşağıdaki gibidir:

$$(23.138 + 39.072 + 58.168 + 11.792) / (23 + 11 + 22 + 22) = 132.170 / 78 \\ = 1.694,5 \text{ adet}$$

Bir adet ürünü elde bulundurmama mâliyeti 342 PB/(adet*yıl), elde bulundurmama durumunun sözkonusu olduğu dört aylık dönem için ise;

$$342 * 4 / 12 = 114 \text{ PB/(adet*dönem)}$$

olacaktır. Dolayısıyla elde bulundurmama mâliyeti;

$$1.694,5 * 114 = 193.173 \text{ PB}$$

olacaktır. Bu plân dâhilindeki toplam mâliyet ise şöyle bulunur:

$$\text{Toplam Mâliyet} = 157.304 + 193.173 = 350.477 \text{ PB}$$

Elde bulundurmama durumundan kaçınmak için başlangıç stoğuna, -en büyük negatif stok değeri olan- 3.552 adet eklemek gerekir. Bu durumda başlangıç stoğu $(2.800+3.552=)$ 6.352 adet olur. Ayrıntılı hesaplar, Tablo 3.11.'de gösterilmektedir.

Tablo 3.11. Plân-1 için ikinci durumda stok miktarlarının hesaplanması

1	2	3	4	5	6	7
Üretim Günü Sayısı	Üretim Hızı (adet/gün)	Aylık Üretim Miktarı (1)*(2)	Birikimli Üretim Miktarı (Başlangıç Stoğu: 6.352)	Birikimli En Büyük Üretim Miktarı (Tablo 3.9.'dan Sütun 7)	Aylık Stok (4)-(5)	(1)*(6)
22	314	6.908	13.260	7.800	5.460	120.120
20	314	6.280	19.540	11.500	8.040	160.800
23	314	7.222	26.762	15.500	11.262	259.026
19	314	5.966	32.728	20.800	11.928	226.632
22	314	6.908	39.636	28.200	11.436	251.592
22	314	6.908	46.544	37.500	9.044	198.968
20	314	6.280	52.824	49.100	3.724	74.480
23	314	7.222	60.046	57.500	2.546	58.558
11	314	3.454	63.500	63.500	0	0
22	314	6.908	70.408	69.500	908	19.976
22	314	6.908	77.316	74.300	3.016	66.352
18	314	5.652	82.968	79.300	3.668	66.024
244						1.502.528

Bu durumda, ortalama stok miktarı,

$$1.502.528 / 244 = 6.157,9 \text{ adet}$$

olacaktır. Toplam stokta tutma mâliyeti bu durumda;

$$6.157,9 * 51 = 314.053 \text{ PB}$$

olur.

Plân-2:

Bu plân, istem değişimini, işgücü düzeyini değiştirerek ve fazla mesai yaptırarak karşılamak amacındadır. Bir işçinin girişi veya çıkışı, üretim kapasitesini günde bir adet artırmakta veya azaltmaktadır. Bu durum, işletmeye işçi başına 200 PB'ne mâl olmaktadır. Fazla mesai kapasitesi ise, normal mesai kapasitesi olan 350 adet/gün'lük değeri ancak 60 adet/gün artırabilmektedir. Fazla mesai mâlîyeti ise ürün başına 10 PB'dir. Bu bilgilerin ışığında ikinci plân, üretim düzeyini şu şekilde değiştirmektedir:

0-65. gün : 230 adet/gün (normal mesai üretimi)
 66.-171. gün : 406 adet/gün (üretim hızını 230 adet/gün'den 350 adet/gün'e çıkarmak için 120 işçi alınmakta, geri kalan 56 adet/gün'lük üretim, fazla mesai ile yapılmaktadır)
 172.-182. gün : 350 adet/gün (normal mesai üretimi)
 183.-226. gün : 230 adet/gün (üretim hızını 350 adet/gün'den 230 adet/gün'e düşürmek için 120 işçi işten çıkartılmaktadır)
 227.-244. gün : 253 adet/gün (230 adet/gün normal mesai, 23 adet/gün fazla mesai üretimi)

Plân-2 için aylık stok miktarının hesabı, Plân-1 için olan ile aynıdır. Bu plânın mâlîyet hesabı ile ilgili bilgiler, Tablo 3.12.'de ve Tablo 3.13.'de görülmektedir.

Tablo 3.12. Plân-2'nin toplam mâlîyetinin hesaplanması için gerekli üretim miktarlarının analizi

Üretim Günü Sayısı (gün)	Üretim Hızı (adet/gün)	Üretim Hızını Değiştirme Miktarı (kişi)	Fazla MESAİDE Üretilen Miktar (adet)
22	230	-	-
20	230	-	-
23	230	-	-
19	406	120	(56*19=) 1.064
22	406	-	(56*22=) 1.232
22	406	-	(56*22=) 1.232
20	406	-	(56*20=) 1.120
23	406	-	(56*23=) 1.288
11	350	-	-
22	230	120	-
22	230	-	-
18	253	-	(23*18=) 414
		240	6.350

Üretim hızını (işgücünü) değiştirmek mâlîyeti = $240 \cdot 200 = 48.000$ PB
 Fazla mesai mâlîyeti = $6.350 \cdot 10 = 63.500$ PB
 Elde bulundurma mâlîyeti = $(574.972/244) \cdot 51 = 2.356,4 \cdot 51 = 120.176$ PB

Bu durumda toplam mâlîyet şu şekilde bulunur:

$$48.000 + 63.500 + 120.176 = 231.676 \text{ PB}$$

Tablo 3.13. Plân-2 için stok miktarlarının hesaplanması

1	2	3	4	5	6	7
Üretim Günü Sayısı	Üretim Hızı	Aylık Üretim Miktarı (1)*(2)	Birikimli Üretim Miktarı (Başlangıç Stoğu: 2.800)	Birikimli En Büyük Üretim Miktarı (Tablo 3.9.'dan Sütun-7)	Aylık Stok (4)-(5)	(1)*(6)
22	230	5.060	7.860	7.800	60	1.320
20	230	4.600	12.460	11.500	960	19.200
23	230	5.290	17.750	15.500	2.250	51.750
19	406	7.714	25.464	20.800	4.664	88.616
22	406	8.932	34.396	28.200	6.196	136.312
22	406	8.932	43.328	37.500	5.828	128.216
20	406	8.120	51.448	49.100	2.348	46.960
23	406	9.338	60.786	57.500	3.286	75.578
11	350	3.850	64.636	63.500	1.136	12.496
22	230	5.060	69.696	69.500	196	4.312
22	230	5.060	74.756	74.300	456	10.032
18	253	4.554	79.310	79.300	10	180
244						574.972

Plân-3:

Düşünülen bir başka plânda ise fason üretim, bir strateji olarak kullanılmaktadır. Fason üretim, ürün başına 15 PB'lık bir ek mâliyete neden olmaktadır. Plânın günlere göre değişimi şu şekildedir:

- 0-84. gün : 250 adet/gün (normal mesai üretimi)
- 85.-128. gün : 350 adet/gün (üretim hızını 250 adet/gün'den 350 adet/gün'e çıkarmak için 100 işçi alınmaktadır)
- 129.-148. gün : 406 adet/gün (350 adet/gün normal mesai üretimi, kalan 56 adet/gün fason üretim)
- 149.-171. gün : 370 adet/gün (350 adet/gün normal mesai, 20 adet/gün fazla mesai üretimi)
- 172.-182. gün : 410 adet/gün (350 adet/gün normal mesai, 60 adet/gün fason üretim)
- 183.-204. gün : 273 adet/gün (üretim hızını 350 adet/gün'den 250 adet/gün'e düşürmek için 100 işçi işten çıkartılmaktadır, 23 adet/gün fazla mesai üretimi)
- 205.-244. gün : 250 adet/gün (normal mesai üretimi)

Plân-3 için aylık stok miktarının hesabı, Plân-1 için olan ile aynıdır. Bu plânın mâliyet hesabı ile ilgili bilgiler, Tablo 3.14'de ve Tablo 3.15.'de görülmektedir.

Tablo 3.14. Plân-3'ün toplam mâliyetinin hesaplanması için gerekli üretim miktarlarının analizi

Üretim Günü Sayısı (gün)	Üretim Hızı (adet/gün)	Üretim Hızını Değiştirme Miktarı (kişi)	Fazla MESAİDE Üretilen Miktar (adet)	Fason Üretim Miktarı (adet)
22	250	-	-	-
20	250	-	-	-
23	250	-	-	-
19	250	-	-	-
22	350	100	-	-
22	350	-	-	-
20	406	-	-	(56*20=) 1.120
23	370	-	(20*23=) 460	-
11	410	-	-	(60*11=) 660
22	273	100	(23*22=) 506	-
22	250	-	-	-
18	250	-	-	-
		200	966	1.780

Tablo 3.15. Plân-3 için stok miktarlarının hesaplanması

1	2	3	4	5	6	7
Üretim Günü Sayısı	Üretim Hızı	Aylık Üretim Miktarı (1)*(2)	Birikimli Üretim Miktarı (Başlangıç Stoğu: 2.800)	Birikimli En Büyük Üretim Miktarı (Tablo 3.9.'dan Sütun-7)	Aylık Stok (4)-(5)	(1)*(6)
22	250	5.500	8.300	7.800	500	11.000
20	250	5.000	13.300	11.500	1.800	36.000
23	250	5.750	19.050	15.500	3.550	81.650
19	250	4.750	23.800	20.800	3.000	57.000
22	350	7.700	31.500	28.200	3.300	72.600
22	350	7.700	39.200	37.500	1.700	37.400
20	406	8.120	47.320	49.100	-1.780	-35.600
23	370	8.510	55.830	57.500	-1.670	-38.410
11	410	4.510	60.340	63.500	-3.160	-34.760
22	273	6.006	66.346	69.500	-3.154	-69.388
22	250	5.500	71.846	74.300	-2.454	-53.988
18	250	4.500	76.346	79.300	-2.954	-53.172
244						

Üretim Hızını Değiştirme Mâliyeti = 200 * 200 = 40.000 PB
 Fazla Mesai Mâliyeti = 966 * 10 = 9.660 PB
 Fason Üretim Mâliyeti = 1.780 * 15 = 26.700 PB

Elde Bulundurma Mâliyeti:

= [(11.000+36.000+81.650+57.000+72.600+37.400) / 128] * 25,5 = 2.309,7 * 25,5
 = 58.897 PB

Elde Bulundurmama Mâliyeti:

= [(35.600 + 38.410 + 34.760 + 69.388 + 53.988 + 53.172) / 116] * 171 = 2.459,6 * 171
 = 420.592 PB

Bu durumda toplam mâliyet şu şekilde bulunur:

$$\text{Toplam Mâliyet} = 40.000 + 9.660 + 26.700 + 58.897 + 420.592 = 555.849 \text{ PB}$$

Plân-4:

Son plân ise şu şekilde düşünülmüştür.

- 0-65. gün : 228 adet/gün (normal mesai üretimi)
 66.-106. gün : 350 adet/gün (üretim hızını 228 adet/gün'den 350 adet/gün'e çıkarmak için 122 işçi alınmaktadır)
 107.-128. gün : 406 adet/gün (350 adet/gün normal mesai, kalan 56 adet/gün fazla mesai üretimi)
 129.-148. gün : 410 adet/gün (350 adet/gün normal mesai, 60 adet/gün fazla mesai üretimi)
 149.-171. gün : 405 adet/gün (350 adet/gün normal mesai, kalan 55 adet/gün fazla mesai üretimi)
 172.-182. gün : 462 adet/gün (350 adet/gün normal mesai, 60 adet/gün fazla mesai üretimi, kalan 52 adet/gün fason üretim)
 183.-204. gün : 273 adet/gün (üretim hızını 350 adet/gün'den 273 adet/gün'e düşürmek için 77 işçi işten çıkartılmaktadır)
 205.-244. gün : 245 adet/gün (üretim hızını 273 adet/gün'den 245 adet/gün'e düşmek için 28 işçi işten çıkartılmaktadır)

Bu durumda ilk aylık üretim miktarı ($22 \times 228 =$) 5.016 adet olacaktır. Ocak ayı için birikimli en büyük üretim miktarı, daha önce 7.800 adet olarak belirlenmişti. Başlangıç stoğu 2.800 adet olduğuna göre Birikimli üretim miktarı 7816 olacak ve stok $7.816 - 7.800 = 16$ adet olarak gerçekleşecektir.

Plân-4 için mâliyet hesabı ile ilgili bilgiler, Tablo 3.16.'da ve 3.17.'de görülmektedir.

Tablo 3.16. Plân-4'ün toplam mâliyetinin hesaplanması için gerekli üretim miktarlarının analizi

Üretim Günü Sayısı (gün)	Üretim Hızı (adet/gün)	Üretim Hızını Değiştirme Miktarı (kişi)	Fazla MESAİDE Üretilen Miktar (adet)	Fason Üretim Miktarı (adet)
22	228	-	-	-
20	228	-	-	-
23	228	-	-	-
19	350	122	-	-
22	350	-	-	-
22	406	-	(56*22=) 1.232	-
20	410	-	(60*20=) 1.200	-
23	405	-	(55*23=) 1.265	-
11	462	-	(60*11=) 660	(52*11=) 572
22	273	77	-	-
22	245	28	-	-
18	245	-	-	-
		227	4.357	572

Tablo 3.17. Plân-4 için stok miktarlarının hesaplanması

1	2	3	4	5	6	7
Üretim Günü Sayısı	Üretim Hızı	Aylık Üretim Miktarı (1)*(2)	Birikimli Üretim Miktarı (Başlangıç Stoğu: 2.800)	Birikimli En Büyük Üretim Miktarı (Tablo 3.9.'dan Sütun-7)	Aylık Stok (4)-(5)	(1)*(6)
22	228	5.016	7.816	7.800	16	352
20	228	4.560	12.376	11.500	876	17.520
23	228	5.244	17.620	15.500	2.120	48.760
19	350	6.650	24.270	20.800	3.470	65.930
22	350	7.700	31.970	28.200	3.770	74.844
22	406	8.932	40.902	37.500	3.402	35.750
20	410	8.200	49.102	49.100	2	40
23	405	9.315	58.417	57.500	917	21.091
11	462	5.082	63.499	63.500	-1	-11
22	273	6.006	69.505	69.500	5	110
22	245	5.390	74.895	74.300	595	13.090
18	245	4.410	79.305	79.300	5	90
244						324.767

Üretim Hızını Değiştirme Mâliyeti = $227 * 200 = 45.400$ PB

Fazla Mesai Mâliyeti = $4.357 * 10 = 43.570$ PB

Fason Üretim Mâliyeti = $572 * 15 = 8.580$ PB

Elde Bulundurma Mâliyeti = $(324.767 / 233) * (51 * 1/12) = 1.393,8 * 46,75 = 65.160$ PB

Elde Bulundurmama Mâliyeti = $(11 / 11) * (342 * 11/12) = 1 * 28,5 = 29$ PB

Bu durumda toplam mâliyet şu şekilde bulunur:

Toplam Mâliyet = $45.400 + 43.570 + 8.580 + 65.160 + 29 = 162.739$ PB

Dört plânın toplam mâliyetler açısından karşılaştırılması, Tablo 3.18.'de görülmektedir. En düşük mâliyeti, Plân-4 vermektedir.

Tablo 3.18. Seçenek üretim plânlarının mâliyetlerinin karşılaştırılması

Mâliyetler	Plân-1		Plân-2	Plân-3	Plân-4
	Elde Bulundurmama Durumu Var	Elde Bulundurmama Durumu Yok			
Elde Bulundurmama	193.173	-	-	420.592	-
Elde Bulundurma	157.304	314.053	120.176	58.897	31.097
İşgücü Değiştirme	-	-	48.000	40.000	54.000
Fazla Mesai	-	-	63.500	9.660	44.450
Fason Üretim	-	-	-	26.700	35.280
Toplam Mâliyet	350.477	314.053	231.676	555.849	162.739

3.3. ÜRETİM PLÂNLAMADA DOĞRUSAL PROGRAMLAMA YAKLAŞIMI

3.3.1. Sabit Hızlı Üretim Plânlamada Doğrusal Programlama Yaklaşımları

3.3.1.1. Genel Bilgi

Satış öngörülerini, bize ürünlerimizden en fazla satabileceğimiz miktarları, bu ürünler ile ilgili yapılan anlaşmalar yâni kesinleşen siparişler ise kesinlikle yapmamız (üretmemiz) gereken miktarları belirtir. Buna karşılık biz, üretim için sınırlı kaynaklara sahibizdir. Normal mesai, fazla mesai ve fason üretim yollarıyla yapacağımız/yaptıracağımız üretimlerde bâzi kısıtlar vardır. İşte “Bu kısıtlar altında ve işletmenin amaçları çerçevesinde hangi üründen ne kadar üretilim ?” sorusunu yanıtlamak gerekir. Bu noktada kullanabileceğimiz önemli bir yöntem, **doğrusal programlama** yöntemidir.

Üretim plânlamada karşılaşılan karar sorunlarının çözümü için ele alınacak sistemin niteliklerine göre, çeşitli doğrusal programlama modelleri geliştirilmiştir. Genel olarak üretim sistemlerinde gözlenen dört ana karar problemi vardır (Acar, 1989, s.58):

1. **Çok Ürünlü Sistemler:** İki veya daha çok farklı ürünün üretildiği ve kaynakların kısıtlı olduğu bu sistemlerde problem, eldeki kaynaklardan (işgücü, işletme sermayesi, tezgâh kullanım süresi vb.) her bir ürüne ne kadar ayrılacağının belirlenmesidir.
2. **Karışım Sistemleri:** Bir ürünün üretilmesi için birkaç malzemenin belirli oranlarda karıştırılmasını gerektiren üretim süreçlerinde görülen bu sistemlerde problem, istenilen kalitedeki ürünün üretimi için gereken en düşük mâliyetli karışımın saptanması şeklinde ortaya çıkar. Problemin çözümü ise, son ürünün üretimi için kullanılacak malzemelerin miktarını (oranını) verir.
3. **Çok Süreçli Sistemler:** Bir ürünün üretilmesi için birden çok üretim sürecinin bulunduğu bu sistemlerde problem, her bir üretim süreciyle ne miktarda ürün üretileceğinin belirlenmesidir. Bir ürünün üretilmesinde sözkonusu olabilecek farklı üretim süreçleri; değişik malzeme kullanımı, farklı kesme ve işleme yöntemleri, satınalma veya yerli üretim kararları, fazla mesai seçeneği, farklı iş çizelgeleri vb. olabilir.
4. **Çok Tesisli Sistemler:** Bu sistemler çok aşamalı sistemler olup, bir aşamanın çıktısı, onu izleyen aşamanın girdisini oluşturur. Aşamalar arasında sürekli bir iş akışının sözkonusu olduğu bu sistemlerde problem, her aşamada yer alan tesislerdeki üretimin plânlanması, aşamalar arası stok miktarlarının kontrolü ve en son aşamadaki çıktının istemi karşılayacak düzeyde olmasının sağlanması şeklinde ortaya çıkar.

Bu kısımda ele alınacak modeller, sabit hızlı (statik) modeller olup, belli bir ürüne olan istemin zaman içinde sabit olduğu varsayılmıştır. Değişken hızlı

(dinamik) modellerde ise istem, zaman içinde değişen bir öge olarak ele alınmaktadır.

3.3.1.2. Çok Ürünlü Sistemler (Ürün Bileşimi Modelleri)

Belirli bir dönemde, bir firmanın üretilip satılabileceği birden fazla ürün olabilir. Bu durumda firmanın her tip üründen ne miktarlarda üreteceğinin plânlaması, diğer bir deyişle ürün bileşiminin belirlenmesi, firma için önemli bir problem alanını oluşturur. Ürün bileşimi kararlarında amaç, kısıtlı kaynakların en iyi kullanımını saptayarak, tesislerde elde edilen çıktının net değerinin enbüyüklenmesi veya toplam mâliyetin enküçüklenmesidir. Bu problemde gözönünde tutulması gereken diğer bir nokta da her ürünün varolan satış olanaklarının değerlendirilmesidir. Yapılan satış öngörülerinden, ürünlerin en yüksek satış miktarlarının önceden belirlenmesi, ayrıca her ürünün en düşük üretim düzeylerinin saptanması, problemin çözülebilmesi için gereklidir (Acar, 1989, s.58).

Ürün bileşimi problemlerinde gözlenen özellikler aşağıda özetlenmiştir. Ayrıca bu nitelikler, problemin tanımlanmasında da yardımcı olurlar:

1. Bu problemlerde net kârın enbüyüklenmesi veya toplam mâliyetin enküçüklenmesi amaçlanır.
2. Kaynakların sınırlı olmasından doğan kaynak kısıtları vardır.
3. Plânlanan üretim miktarları için sınır kısıtları belirlenmiştir.

Ürün bileşimi probleminin çözümü için tasarlanan doğrusal programlama modeli şu şekilde oluşturulabilir:

Modeldeki Değişkenler

X_i : i ürününün plânlama dönemindeki üretim miktarı ($i = 1, 2, \dots, n$)

Modelde tek bir plânlama dönemi ele alınmaktadır. Aynı zamanda n tane, yâni ürün sayısı kadar karar değişkeni vardır.

Modeldeki Parametreler

($i = 1, 2, \dots, n$) ve ($j = 1, 2, \dots, m$) olmak üzere;

b_j : j kaynağının plânlama dönemi süresince varolan miktarı

a_{ij} : Bir adet i ürünü üretmek için gereken j kaynağı miktarı

U_i : i ürününün plânlama döneminde gerçekleştirilebilecek en büyük satış miktarı

L_i : i ürününün plânlama dönemindeki gerekli en az üretim düzeyi

r_i : Bir adet i ürününün satışından elde edilen gelir (değişken satış harcamaları çıkarılmış olarak)

C_i : Bir adet i ürününün üretiminden doğan birim değişken mâliyet

Z : Toplam kâr (veya toplam değişken mâliyet)

olup bu durumda;

$$(r_i - C_i) * X_i$$

ile, bir adet i ürününün üretim ve satışından doğan kâra katkı,

$$C_i * X_i$$

ile de, bir adet i ürününün üretiminden doğan değişken mâliyet anlaşılmaktadır.

Amaç Fonksiyonu

Bu problemde amaç, kâra olan toplam katkırı (Z) enbüyükleyecek veya toplam mâliyeti enküçükleyecek X_i değerlerinin bulunmasıdır:

$$\text{Enb } Z = \sum_{i=1}^n [(r_i - C_i) * X_i] \quad (3.1a)$$

veya

$$\text{Enk } Z = \sum_{i=1}^n (C_i * X_i) \quad (3.1b)$$

Modeldeki Kısıtlar

a) Kapasite Kısıtları

Burada, herhangi bir j kaynağının dönem içindeki kapasitesinin veya varolan miktarının aşamayacağı ifade edilmelidir. Bu kısıt, tüm ürün (i) ve kaynak (j) değerleri için yazılacaktır. Dolayısıyla modelde (n*m) kaynak değişkeni yer alacaktır.

$$\sum_{i=1}^n (a_{ij} * X_i) \leq b_j (j = 1, 2, \dots, m) \quad (3.2)$$

Kısıt (3.2) ifadesi açıldığında şu yapı elde edilir:

$$\begin{aligned} a_{11} * X_1 + a_{21} * X_2 + a_{31} * X_3 + \dots + a_{n1} * X_n &\leq b_1 \\ a_{12} * X_1 + a_{22} * X_2 + a_{32} * X_3 + \dots + a_{n2} * X_n &\leq b_2 \\ a_{13} * X_1 + a_{23} * X_2 + a_{33} * X_3 + \dots + a_{n3} * X_n &\leq b_3 \\ &\vdots \\ a_{1m} * X_1 + a_{2m} * X_2 + a_{3m} * X_3 + \dots + a_{nm} * X_n &\leq b_m \end{aligned}$$

b) Satış Kısıtları

Herhangi bir i ürünü, en fazla U_i düzeyinde üretilecektir. Bu tür kısıtlar tüm ürünler kadar yâni n tane olacaktır.

$$X_i \leq U_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.3)$$

c) Üretim Kısıtları

Herhangi bir i ürünü, en az L_i kadar üretilecektir. Bu kısıt, istemden kaynaklanmaktadır. Bu tür kısıtlar, tüm ürünler için yazılacaktır. Yâni modelde n tane üretim kısıtı olacaktır.

$$X_i \geq L_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.4)$$

d) Negatif Olmama Kısıtları

Problemdeki tüm karar değişkenleri sıfırdan büyük olmalıdır. Amaç, negatif üretim yapılmasını önlemektedir. Ürün sayısı kadar yâni n tane kısıt olacaktır.

$$X_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.5)$$

Örnek 3.7.

Bir şirket, iç ve dış duvar boyaları üreten, fazla büyük olmayan bir fabrikaya sahiptir. Bu boyaları üretmek için A ve B adlarında iki temel hammadde kullanılmaktadır. Finansman ve depolama koşulları nedeniyle günlük olarak A'dan en fazla 6 ton, B'den en fazla 8 ton hammadde, üretime alınabilmektedir. 1 ton dış boya üretimi için 1 ton A ve 2 ton B; 1 ton iç boya üretimi için ise 2 ton A ve 1 ton B hammaddesi gerekmektedir. Pazar araştırması çalışmaları, iç boyanın günlük üretim miktarının, dış boyanın günlük üretim miktarını 1 tondan fazla aşmaması ve ayrıca iç boya günlük üretim miktarının en fazla 2 ton olması gerektiğini göstermektedir. Dış boya fabrika satış fiyatı 3 PB/ton, iç boya fabrika satış fiyatı ise 2 PB/ton olarak kabul edilmiştir. Toplam satış gelirini enbüyükleyebilmek için söz konusu kısıtlar dâhilinde bu boyalardan günde ne miktarda üretilmesi gerektiğini bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz (Tanyaş, 1987, s.78).

X_i : i boyasından üretilecek miktar (ton/gün) [$i = 1$ (dış boya), 2 (iç boya)]

$$\text{Enb } Z = 3 X_1 + 2 X_2$$

Kısıtlar

$$X_1 + 2 X_2 \leq 6 \text{ (A hammaddesi)}$$

$$2 X_1 + X_2 \leq 8 \text{ (B hammaddesi)}$$

$$X_2 \leq X_1 + 1 \Rightarrow -X_1 + X_2 \leq 1$$

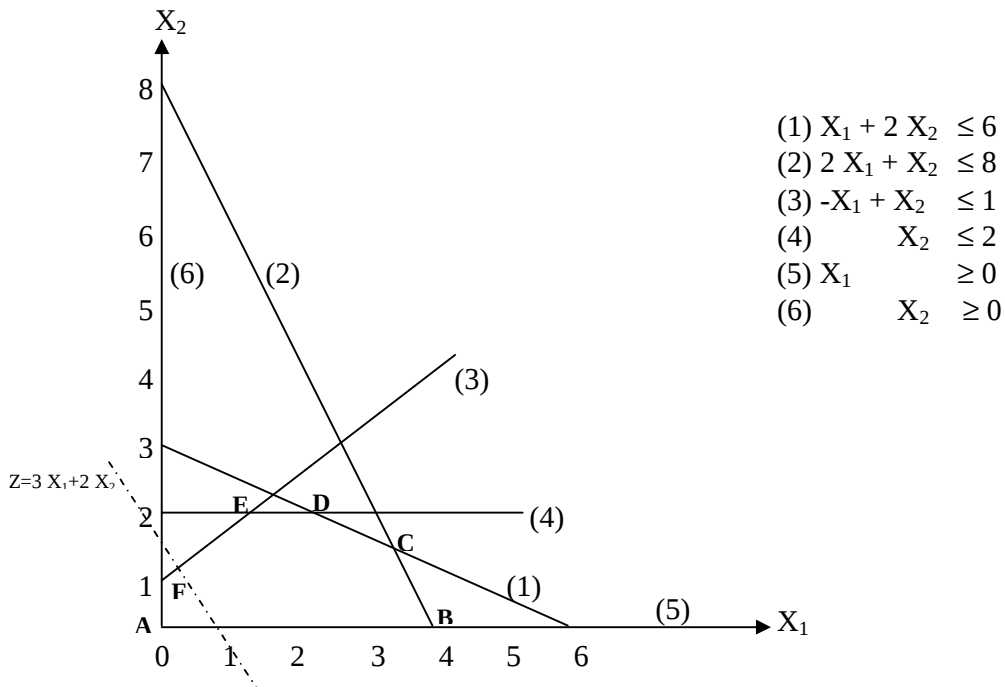
$$X_2 \leq 2$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Model iki değişkenli olduğundan koordinat sistemi yardımıyla grafik tekniğini kullanarak sonuca gitmek olanaklıdır. Koordinat sisteminin yatay ekseninde X_1 'in değerleri, düşey ekseninde ise X_2 'nin değerleri gösterilir. Modelin eşitsizlik şeklindeki kısıtları, bir an için eşitlik hâlinde düşünülerek doğru şeklinde çizilir ve eşitsizliğin özelliğine göre doğrunun üst veya alt tarafı, olurlu çözüm bölgesinin oluşturulmasında dikkate alınır. Modelin amaç fonksiyonu, başlangıçta herhangi bir değere sahip değildir. Bu nedenle grafik üzerinde gösterilmek amacıyla fonksiyon, uygun bir değere eşitlenerek çizilir. Amaç fonksiyonunun enbüyüklenme veya enküçüklenme özelliğine göre ilerleme yönü ok işareti ile belirtilir.

Negatif olmama kısıtları olan ($X_1, X_2 \geq 0$) şeklindeki kısıtlar, bize salt tüm değişkenlerin pozitif (+) olduğu yerde olurlu çözüm bölgesinin bulunduğunu gösterir. Bu yer ise, koordinat sisteminin birinci (+, +) bölgesidir. Uygulamada da X_1 ve X_2 değişkenleri, ele alınan problemde üretim miktarlarını gösterdiğinden ve hiç bir zaman negatif üretim olamayacağından bu kısıtlar geçerlidir. Şekil 3.3.'de, ele alınan probleme ilişkin grafik doğrusal model görülmektedir.

Şekil 3.3.'de görüldüğü gibi, tüm kısıtları aynı anda sağlayan olurlu çözüm bölgesi, ABCDEF ile gösterilen alandır. Örneğin ($X_1=3, X_2=1$) seçeneği olurlu bir çözüm olmasına karşılık, ($X_1=3, X_2=2$) seçeneği olurlu bir çözüm değildir. Söz konusu olurlu çözüm alanı içinde sonsuz çözüm noktası vardır. Bizim aradığımız nokta, amaç fonksiyonunu enbüyükleyen çözüm seçeneğidir. Amaç fonksiyonunun değeri, sağa doğru ilerledikçe artmaktadır. Bu durumda, olurlu çözüm bölgesini en son terkeden nokta, tüm kısıtlarımızı sağlayan ve amaç fonksiyonu değeri en büyük olan noktadır. Olurlu çözüm bölgesi konveks (dışbükey) bir yapıda olduğuna göre, salt köşe noktalarını amaç fonksiyonunda denemek ve en yüksek değeri veren köşe noktasını problemin çözümü olarak belirlemek gerekmektedir.



Şekil 3.3. Örnek 3.7.'ye ilişkin grafik doğrusal model

Tüm köşe noktalarını değerlendirdiğimizde en büyük amaç fonksiyonu değerini C (10/3; 4/3) noktası vermektedir. Değerlendirme sonuçları Tablo 3.19.'da görülmektedir.

Tablo 3.19. Grafik çözümde elde edilen köşe noktaları ve amaç fonksiyonu değerleri

Köşe Noktası	Amaç Fonksiyonu Değeri
A (0; 0)	0
B (4; 0)	12
C (10/3; 4/3)	38/3
D (2; 2)	10
E (1; 2)	7
F (0; 1)	2

Problemimizin çözümü; dış boyadan günde 10/3 (=3,333) ton, iç boyadan ise günde 4/3 (=1,333) ton üretilmesi durumunda en fazla gelirin [38/3 (=12,666) PB)] elde edileceğidir.

İki değişkenli modeli grafik olarak göstermek, yukarıda açıklandığı gibi olanaklıdır. Ancak üçüncü bir değişken, koordinat sisteminde yeni bir eksen gerektirir. Bu durumda olurlu çözüm bölgesi bir alan değil, bir hacim şeklinde olur; çözüm ise, iki değişkenli olan durumda olduğu kadar kolaylıkla elde edilemez. Ayrıca dördüncü bir değişkenin de olması, grafik çözüm tekniğinin kullanılmasını olanaksız duruma getirir. İki ve daha fazla değişkenli doğrusal modellerin çözümünde, başka bir çözüm tekniği olan simpleks çözüm tekniği, bâzı özel durumlarda ise diğer çözüm teknikleri kullanılır.

Karar verici için çözüm tekniğinin ayrıntıları önemli değildir. Özellikle gerçek problemlerde değişken ve kısıt sayısı çok fazladır. Bu problemlerin elle çözümü çok zor olup, süre olarak dikkate fazlasıyla alınır uzunluktadır. Öte yandan, doğrusal programlama çözüm tekniklerini içeren bilgisayar paket programları (LINDO, HyperLINDO, QSB vb.) ile sözkonusu çözümler kolaylıkla elde edilmektedir. Kullanıcı açısından önemli olan, kurulan modelin, gerçek problemi ne derece iyi yansıttığıdır. Bu sağlanmış ise bulunan çözüm, en etkin çözüm olacaktır.

Örnek 3.8.

Bir şirket üç farklı ürün üretmektedir. Üretim üç temel operasyondan (kesme, şekil verme, montaj) oluşmaktadır. Ürün-1, üç operasyondan da (1, 3 ve 1 saat) geçerken, ürün-2 salt birinci ve üçüncü operasyonlardan (2 ve 4 saat), ürün-3 ise salt birinci ve ikinci operasyonlardan (1 ve 2 saat) geçmektedir. Bu operasyonların bu ayki kapasiteleri 930, 860 ve 910 saattir. Ürünlerin satışlarından elde edilecek birim kârlar ise sırasıyla 3, 5 ve 5 PB'dir. Bu ayki satış öngörülerini bu ürünler için sırasıyla 300, 400 ve 400 adet olup, yine bu ay için ürün-2'den 100 ve ürün-3'den ise 200 adetlik satış anlaşması yapılmıştır. İşletmenin toplam kârını enbüyüklemek için bu ay hangi üründen ne kadar üretilmesi gerektiğini bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz (Tanyaş, 1987, s.77).

X_i : i ürününden bu ay üretilecek miktar (adet) ($i = 1, 2, 3$)

$$\text{Enb } Z = 3 X_1 + 5 X_2 + 5 X_3$$

Üretim Kısıtları

Operasyon-1 (kesme)	$1 X_1 + 2 X_2 + 1 X_3$	≤ 930
Operasyon-2 (şekil verme)	$3 X_1 + 2 X_3$	≤ 860
Operasyon-3 (montaj)	$1 X_1 + 4 X_2$	≤ 910

İstem Kısıtları

$$\begin{aligned} X_1 &\leq 300 \\ X_2 &\leq 400 \\ X_3 &\leq 400 \end{aligned}$$

Satış Anlaşması Kısıtları

$$\begin{aligned} X_2 &\geq 100 \\ X_3 &\geq 200 \end{aligned}$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Bu modelin simpleks algoritma ile çözümü, ($X_1=20$, $X_2=222 \frac{1}{2}$, $X_3=400$, $Z=3.172 \frac{1}{2}$) olarak bulunmuştur.

Örnek 3.9.

Bir ayakkabı fabrikasında; üç farklı tip ayakkabı (A, B, C), beş farklı tezgâh kullanılarak üretilmektedir. B ve C tipi ayakkabılar, iki farklı grup tezgâh kullanılarak üretilmektedir. Ayakkabıların hangi tezgâhlarda kaçar dakika işlenerek üretilebileceği, tezgâhların toplam üretim kapasiteleri (saat) ve her ayakkabıdan elde edilen birim kârlar (PB: Para Birimi) Tablo 3.20.'de verilmiştir. Her tip ayakkabıdan, hangi tezgâhlarda kaçar adet üretilmesi durumunda toplam kârın enbüyükleneceğini hesaplamamıza olanak tanıyacak olan doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo 3.20. Örnek 3.9. ile ilgili veriler

		Tezgâhlar ve Birim İşleme Süreleri (dk)					Kâr (PB)
Ayakkabı Tipleri		1	2	3	4	5	
A		5	4	6	—	3	3.500
B	1	3	—	3	8	4	4.500
	2	—	5	8	7	3	
C	1	2	6	2	—	—	4.000
	2	5	7	—	4	11	
Üretim Kapasitesi (saat)		750	1.000	1.000	1.000	1.000	

X_i : i ayakkabısının üretim miktarı (adet) ($i = A, B1, B2, C1, C2$)

$$\text{Enb } Z = 3.500 X_A + 4.500 (X_{B1} + X_{B2}) + 4.000 (X_{C1} + X_{C2})$$

Kapasite Kısıtları

$$\begin{aligned}
5 X_A + 3 X_{B1} + 2 X_{C1} + 5 X_{C2} &\leq 750 \cdot 60 \\
4 X_A + 5 X_{B2} + 6 X_{C1} + 7 X_{C2} &\leq 1.000 \cdot 60 \\
6 X_A + 3 X_{B1} + 8 X_{B2} + 2 X_{C1} &\leq 1.000 \cdot 60 \\
8 X_{B1} + 7 X_{B2} + 4 X_{C2} &\leq 1.000 \cdot 60 \\
3 X_A + 4 X_{B1} + 3 X_{B2} + 11 X_{C2} &\leq 1.000 \cdot 60
\end{aligned}$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_A, X_{B1}, X_{B2}, X_{C1}, X_{C2} \geq 0$$

Örnek 3.10.

Bir radyo şirketi, A, B ve C olarak adlandırılan ve her birinden sırasıyla 1.600, 3.000 ve 5.000 PB kâr edilebilen üç tip tranzistorlu radyo üretebilmektedir. Haftalık en az istemlerin (adet) A için 20, B için 120 ve C için 60 olduğu bilinmektedir. Bu radyoların bir düzinesi için A modelinde 3 saat üretim, 4 saat montaj ve 1 saat de paketleme süresi gerekmektedir. Bu süreler B modelinde 3 ½, 5 ve 1 ½ saat; C modelinde ise 5, 8 ve 3 saat olarak saptanmıştır. Şirketin haftalık üretim kapasitesinin 120 saat, montaj kapasitesinin 160 saat ve paketleme kapasitesinin ise 48 saat olduğunu kabul ederek, toplam kârı enbüyükleyen üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Önce Tablo 3.21.'de görülen başlangıç tablosunu oluşturalım.

Tablo 3.21. Örnek 3.10.'a ilişkin başlangıç tablosu

	Radyolar ve Birim Üretim Süreleri (saat/adet)			Kapasite (saat)
	A	B	C	
Üretim	3	3 ½	5	120
Montaj	4	5	8	160
Paketleme	1	1 ½	3	48
Birim Kârlar (PB)	1.600	3.000	5.000	

X_i : i radyosunun üretim miktarı (adet) (i = A, B ve C)

$$\text{Enb } Z = 1.600 X_A + 3.000 X_B + 5.000 X_C$$

Kapasite Kısıtları

$$\begin{aligned}
3/12 X_A + 3,5/12 X_B + 5/12 X_C &\leq 120 \text{ (1 düzine = 12 adet)} \\
4/12 X_A + 5/12 X_B + 8/12 X_C &\leq 160 \\
1/12 X_A + 1,5/12 X_B + 3/12 X_C &\leq 48
\end{aligned}$$

İstem Kısıtları

$$X_A \geq 20$$

$$X_B \geq 120$$

$$X_C \geq 60$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_A, X_B, X_C \geq 0$$

Örnek 3.11.

Üç ürün (A, B, C) üreten bir firma, bu ürünleri dört farklı tezgâhta (X, Y, S, T) işlemektedir. B ürünü ya X ve S tezgâhlarında ya da Y ve T tezgâhlarında üretilmektedir. C ürünü ise ya X ve S ya da Y, S ve T tezgâhlarında işlenerek üretilmektedir. Her ürünün her tezgâhtaki birim işlem süreleri (dk/adet) ve her tezgâhtaki birim üretim mâliyetleri (PB/dk) Tablo 3.22.'de verilmiştir. Her tezgâh, günlük net 8 saatlik üretim kapasitesine sahiptir. Bu üç ürüne olan günlük en az istemler (adet) ise sırasıyla 30, 45 ve 15 adet olarak belirlenmiştir. Toplam üretim mâliyetini enküçükleyen üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo 3.22. Örnek 3.11. ile ilgili veriler

Ürün Tipleri		Tezgâhlar ve Birim İşlem Süreleri (dk/adet)			
		X	Y	S	T
A		10	-	6	3
B	1	8	-	10	-
	2	-	6	-	9
C	1	8	-	16	-
	2	-	10	3	8
Birim Üretim Mâliyeti (PB/dk)		40	30	24	30

X_i : i ürününden üretilecek miktar (adet) (i = A, B1, B2, C1, C2)

$$\begin{aligned} \text{Enk } Z &= (40 \cdot 10 + 6 \cdot 24 + 3 \cdot 30) X_A + (8 \cdot 40 + 10 \cdot 24) X_{B1} + (6 \cdot 30 + 9 \cdot 30) X_{B2} \\ &\quad + (8 \cdot 40 + 16 \cdot 24) X_{C1} + (10 \cdot 30 + 3 \cdot 24 + 8 \cdot 30) X_{C2} \\ &= 634 X_A + 560 X_{B1} + 450 X_{B2} + 704 X_{C1} + 612 X_{C2} \end{aligned}$$

Kapasite Kısıtları

$$10 X_A + 8 X_{B1} + 8 X_{C1} \leq 8 \cdot 60$$

$$6 X_{B2} + 10 X_{C2} \leq 8 \cdot 60$$

$$6 X_A + 10 X_{B1} + 16 X_{C1} + 3 X_{C2} \leq 8 \cdot 60$$

$$3 X_A + 9 X_{B2} + 8 X_{C2} \leq 8 \cdot 60$$

İstem Kısıtları

$$X_A \geq 30$$

$$X_{B1} + X_{B2} \geq 45$$

$$X_{C1} + X_{C2} \geq 15$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_A, X_{B1}, X_{B2}, X_{C1}, X_{C2} \geq 0$$

Örnek 3.12.

Örnek 3.11. için, günlük istemlerin sınırlı olmadığı durumunu düşünelim. Ancak bu durumda, üretilecek her 1 adet C için 2 adet A ve yine her 1 adet C için 3 adet B ürününün üretilme zorunluluğu olsun. Kârlar ise 1 adet C, 3 adet B ve 2 adet A için aynı olup 5.000 PB'dir. Her üründen üretildiği kadar satıldığını kabul ederek, toplam kârı enbüyükleyen üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

X_i : i ürününden üretilecek miktar (adet) (i = A, B1, B2, C1, C2)

$$\text{Enb } Z = 5.000 (X_{C1} + X_{C2}) + (5.000/2) X_A + (5.000/3) (X_{B1} + X_{B2})$$

Kapasite Kısıtları

$$10 X_A + 8 X_{B1} + 8 X_{C1} \leq 8*60$$

$$6 X_{B2} + 10 X_{C2} \leq 8*60$$

$$6 X_A + 10 X_{B1} + 16 X_{C1} + 3 X_{C2} \leq 8*60$$

$$3 X_A + 9 X_{B2} + 8 X_{C2} \leq 8*60$$

İstem Kısıtları

$$X_B = X_{B1} + X_{B2}$$

$$X_C = X_{C1} + X_{C2}$$

1 adet C için 2 adet A ve yine 1 adet C için 3 adet B üretilmesi isteniyor.

$$X_A = 2 X_C$$

$$X_B = 3 X_C$$

Buradan istem kısıtlarını şöyle yazabiliriz:

$$X_A = 2 (X_{C1} + X_{C2})$$

$$X_B = X_{B1} + X_{B2} = 3 (X_{C1} + X_{C2})$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_A, X_{B1}, X_{B2}, X_{C1}, X_{C2} \geq 0$$

Örnek 3.13.

Küçük bir fabrika, iki tip otomobil parçası üretmektedir. Parçalar dışarıdan döküm şeklinde alınmakta; sonra sırasıyla tornalama (torna), delme (matkap) ve parlatma (polisaj) işlemlerinden geçirilmektedir. Bu işlemlerin yapıldığı tezgâhların saatte işledikleri parça sayıları, Tablo 3.23.'de verilmiştir. A parçası, dökümden 2.000 PB, B parçası ise dökümden 3.000 PB'ne satın alınmaktadır. Sırasıyla 5.000 ve 6.000 PB'ne satılmaktadır. Tezgâhların saatlik işleme masrafları torna için 20.000 PB, matkap için 14.000 PB ve polisaj için 17.500 PB'dir. A ve B parçalarından üretildiği kadar satıldığını kabul ederek, toplam kârı enbüyükleyen üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo 3.23. Örnek 3.13. ile ilgili veriler

Tezgâhlar	A Parçası (adet/saat)	B Parçası (adet/saat)
Torna	25	40
Matkap	28	35
Polisaj	35	25

Önce mâliyet tablosunu oluşturmaya çalışalım (Tablo 3.24.). Her mâliyet değeri, PB/adet şeklinde bulunmalıdır. Yâni her parçanın, her tezgâhtaki birim işleme mâliyetleri belirlenmelidir.

Tablo 3.24. Örnek 3.13.'ye ilişkin mâliyet tablosu

PB/adet	A Parçası	B Parçası
Tornalama Mâliyeti	20.000 / 25 = 800	20.000 / 40 = 500
Delme Mâliyeti	14.000 / 28 = 500	14.000 / 35 = 400
Parlatma Mâliyeti	17.500 / 35 = 500	17.500 / 25 = 700
İşleme Mâliyeti	800 + 500 + 500 = 1.800	500 + 400 + 700 = 1.600
Satınalma Bedeli	2.000	3.000
Satış Bedeli	5.000	6.000
Birim Kârlar	5.000 – (1.800 + 2.000) = 1.200	6.000 – (1.600 + 3.000) = 1.400

X_i : i parçasından üretilecek miktar (adet) (i = A, B)

$$\text{Enb } Z = 1.200 X_A + 1.400 X_B$$

Kapasite Kısıtları

$$1/25 X_A + 1/40 X_B \leq 1$$

$$1/28 X_A + 1/35 X_B \leq 1$$

$$1/35 X_A + 1/25 X_B \leq 1$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_A, X_B \geq 0$$

3.3.1.3. Karışım Sistemleri (Ürün Karışımı/Alaşımı Modelleri)

Bu problemler, belli bir ürünü üretebilmek için, birkaç malzemenin belli oranlarda karıştırılmasını gerektiren üretim süreçlerinde sıkça görülür. Bu süreçlerde son ürünün birtakım özellikleri taşıması gerekmektedir. Ayrıca kullanılan malzemelerin, istenen nitelikteki ürünün yapılabilmesi için seçenek karışımları vardır.

Kullanılan malzemelerin farklı niteliklerinin olması ve ayrıca her bir malzemenin birim mâliyetinin değişik olması nedeniyle problem, istenilen nitelikte ürünün üretimi için gereken en düşük mâliyetli karışımın saptanması şeklinde ortaya çıkmaktadır. Problemin çözümü ise, son ürünün üretimi için kullanılacak malzemelerin miktarını (veya oranını) verir. Varolan hammadde miktarları ve ürün özellikleri, problemin kısıtlarını oluşturur.

Böyle problemlere; petrokimya tesislerinde (ham yağların karışımı), tekstil (yün ve pamuk ipliği karışımı) ve gıda endüstrisinde sıkça rastlanır (Acar, 1989, s.62).

Doğrusal programlama modeli için bu problemde yapılan varsayımlar şunlardır (Acar, 1989, s.64):

- a. Her özelliğin ulaşılan düzeyi, kullanılan her malzemeye ilişkin miktarın doğrusal fonksiyonudur.
- b. Ürünün bir tanesinin mâliyeti, karışımındaki malzemelerin miktarının doğrusal fonksiyonudur.

İstenilen ürünü gerçekleştiren en düşük mâliyetli malzeme karışımını belirleyen bu problemin çözümü için tasarlanan doğrusal programlama modeli şu şekilde oluşturulabilir:

Modeldeki Değişkenler

X_i : Bir adet ürünün yapımı için kullanılan i malzemesinin miktarı
($i = 1, 2, \dots, n$)

Modelde n tane farklı malzeme olduğundan n tane karar değişkeni vardır.

Modeldeki Parametreler

($i = 1, 2, \dots, n$) ve ($j = 1, 2, \dots, m$) olmak üzere;

C_i : i malzemesinin birim mâliyeti

a_{ij} : Son ürünün j . özelliğine bir adet i malzemesinin yapacağı katkı

b_j : Son ürünün j . özelliğinin spesifikasyonu

Z : Ürün başına toplam malzeme mâliyeti

parametreleri bulunmaktadır.

Amaç Fonksiyonu

Problemde, istenilen nitelikteki ürünü en az toplam malzeme mâliyetiyle üretmemizi sağlayacak (X_i) değerlerinin saptanması amaçlanmaktadır.

$$\text{Enk } Z = \sum_{i=1}^n (C_i * X_i) \quad (3.6)$$

Modeldeki Kısıtlar**a) Spesifikasyon Kısıtları**

Burada, ürünün j. niteliğinin sağlanması koşulunu belirlemek gerekir. Tüm i malzemelerinin, ürünün j. özelliğine yapacakları katkılar toplamının, daha önceden belirlenmiş spesifikasyona uygun (küçük, eşit veya büyük) olması gerekmektedir.

$$\sum_{i=1}^n (a_{ij} * X_i) \begin{cases} \leq b_j \\ = b_j \\ \geq b_j \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (3.7)$$

b) Malzeme Dengesi Kısıtı

Her i malzemesinden kullanılan miktarlar (oranlar) toplamının 1'e (% 100'e) eşit olması gerekmektedir.

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (3.8)$$

c) Negatif Olmama Kısıtları

Malzeme miktarları 0'dan küçük olamaz.

$$X_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.9)$$

Örnek 3.14.

Bir metalurji firması, % 40 Zn (çinko), % 20 Sn (kalay) ve % 40 Pb (kurşun) içeren bir alaşım yapmak istemektedir. Piyasada hazır durumda olan, bileşenleri ve satış fiyatları farklı beş değişik alaşım bulunmaktadır. Bunlarla ilgili bilgiler, Tablo 3.25.'de verilmiştir. Sonuçta elde edilecek alaşımın fiyatının enazlanması için, hazır alaşımlardan ne oranda kullanılması gerektiği hesaplanmak istenmektedir. Bunu gerçekleştirmemize yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo 3.25. Örnek 3.14. ile ilgili veriler

İçerik	Alaşım ve İçerik Oranları (%)					İstenen Oranlar (%)
	1	2	3	4	5	
Zn	30	50	50	60	–	40
Sn	10	20	40	40	50	20
Pb	60	30	10	–	50	40
Mâliyet (*1.000 PB/ton)	40	58	75	73	–	

X_i : İstenen alaşım içinde i. hazır alaşımın bulunma oranı (%) ($i = 1, 2, 3, 4, 5$)

$$\text{Enk } Z = 40 X_1 + 58 X_2 + 75 X_3 + 73 X_4$$

Alaşım Kısıtları

$$\% 30 X_1 + \% 50 X_2 + \% 50 X_3 + \% 60 X_4 = \% 40$$

$$\% 10 X_1 + \% 20 X_2 + \% 40 X_3 + \% 40 X_4 + \% 50 X_5 = \% 20$$

$$\% 60 X_1 + \% 30 X_2 + \% 10 X_3 + \% 50 X_5 = \% 40$$

Malzeme Dengesi Kısıtı

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = \% 100$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

Örnek 3.15.

Bir üretici, içinde dört ayrı metal bulunan özel bir alaşımı, sipariş üzerine üretmektedir. Alaşımın spesifikasyonu şu şekildedir (Acar, 1989, s.64):

A metali en az % 23 oranında olmalı

B metali en çok % 15 oranında olmalı

C metali en çok % 14 oranında olmalı

D metali % 35-% 65 arasında bir oranda olmalı

Üreticinin elinde, farklı tenörlerde cevher bulunmaktadır. Tablo 3.26.'da, her cevherin bileşimi ve satış fiyatı verilmektedir. Cevherdeki yabancı maddeler, süreç sırasında atılmaktadır. İstedğimiz spesifikasyonlarda alaşım elde etmek için, toplam mâliyeti enküçükleyecek şekilde, hangi cevherden ne miktarda alınması gerektiğini bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo 3.26. Örnek 3.15. ile ilgili veriler

Cevher	Metaller ve % Oranları				Yabancı Madde (%)	Satış Fiyatı (PB/ton)
	A	B	C	D		
1	25	10	10	25	30	23
2	40	–	–	30	30	20
3	20	10	–	30	40	18
4	–	15	5	20	60	10
5	20	20	–	40	20	27
6	8	5	10	17	60	12

X_i : İstenen alaşım içinde i. cevherden bulunma oranı (%) ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)

$$\text{Enk } Z = 23 X_1 + 20 X_2 + 18 X_3 + 10 X_4 + 27 X_5 + 12 X_6$$

Alaşım Kısıtları

$$\% 25 X_1 + \% 40 X_2 + \% 20 X_3 + \% 20 X_5 + \% 8 X_6 \geq 0,23$$

$$\% 10 X_1 + \% 10 X_3 + \% 15 X_4 + \% 20 X_5 + \% 5 X_6 \leq 0,15$$

$$\% 10 X_1 + \% 5 X_4 + \% 10 X_6 \leq 0,14$$

$$\% 25 X_1 + \% 30 X_2 + \% 30 X_3 + \% 20 X_4 + \% 40 X_5 + \% 17 X_6 \geq 0,35$$

$$\% 25 X_1 + \% 30 X_2 + \% 30 X_3 + \% 20 X_4 + \% 40 X_5 + \% 17 X_6 \leq 0,65$$

Malzeme Dengesi Kısıtı

$$(1-\%30) X_1 + (1-\%30) X_2 + (1-\%40) X_3 + (1-\%60) X_4 + (1-\%20) X_5 + (1-\%60) X_6 = \%100$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$$

Modelin çözümü sonucunda şu değerler bulunmuştur: ($X_1=X_3=X_5=X_6=0$, $X_2=0,9714$, $X_4=0,8$). Yâni örneğin 1 ton alaşım için 0,9714 ton cevher-2 ve 0,8 ton cevher-4 kullanılmalıdır. Bu durumda alaşımın en az mâliyeti; ($Z=$) 27,24 PB/ton olmaktadır.

Örnek 3.16.

Yeni üretilen bir motorun performansını ölçmek için dört ayrı yakıt karışımı (K_1, K_2, K_3, K_4) denenecektir. Bu dört karışımı hazırlamak için dört ayrı yakıt (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) kullanılacaktır. Gerekli bilgiler Tablo 3.27.'de verilmiştir. Hangi karışımın, hangi yakıt bileşimi ile üretilmesinin toplam mâliyeti en küçükleyeceğini bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo 3.27. Örnek 3.16. ile ilgili veriler

Karışım Türü	Yakıtlar ve Karışımların İçermesi Gereken Yakıt Yüzdeleri			
	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄
K ₁	En az %20	%10–%45	–	En fazla %50
K ₂	%50	–	%20–%50	%10–%40
K ₃	En fazla %25	En az %50	%20	En fazla %50
K ₄	En fazla %50	%20	En az %20	En az %40
Mâliyet (PB/ton)	10.000.000	23.000.000	17.000.000	38.000.000
Depodaki Stok (ton)	750	1.200	775	800

X_{ij} : 1 ton j karışımında bulunan i yakıtı miktarı (ton) (i = 1, 2, 3, 4) (j = 1, 2, 3, 4)

$$\text{Enk } Z = 10.000.000 * (X_{11}+X_{12}+X_{13}+X_{14}) + 23.000.000 * (X_{21}+X_{22}+X_{23}+X_{24}) \\ + 17.000.000 * (X_{31}+X_{32}+X_{33}+X_{34}) + 38.000.000 * (X_{41}+X_{42}+X_{43}+X_{44})$$

Stok Kısıtları

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} &\leq 750 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} &\leq 1.200 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} &\leq 775 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} &\leq 800 \end{aligned}$$

Karışım Kısıtları

$$\begin{aligned} X_{11} &\geq 0,2 & 0,1 \leq X_{21} &\leq 0,45 & X_{31} &= 0 & X_{41} &\leq 0,5 \\ X_{12} &= 0,5 & X_{22} &= 0 & 0,2 \leq X_{32} &\leq 0,5 & 0,1 \leq X_{42} &\leq 0,4 \\ X_{13} &\leq 0,25 & X_{23} &\geq 0,5 & X_{33} &= 0,2 & X_{43} &\leq 0,5 \\ X_{14} &\leq 0,5 & X_{24} &= 0,2 & X_{34} &\geq 0,2 & X_{44} &\geq 0,4 \end{aligned}$$

Malzeme Dengesi Kısıtı

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} &= 1 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} &= 1 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} &= 1 \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} &= 1 \end{aligned}$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) (j = 1, 2, 3, 4)$$

3.3.1.4. Çok Süreçli Sistemler (Süreç Seçimi Modelleri)

Bu problemlerde, her ürünün, plânlanan dönem süresince üretilmesi gereken miktar, yâni istem belirlenmiş durumdadır. Ayrıca ürünler birkaç değişik yolla üretilmektedir. Birim mâliyetler, seçilen üretim sürecine göre değişmektedir ve dönem içinde her üretim kaynağının belirli bir kapasitesi vardır. Böyle problemlerde

amaç, her bir üretim sürecinde, hangi üründen ne miktarda üretileceğinin, toplam mâliyeti enküçükleyecek şekilde saptanmasıdır.

Süreç seçimi probleminin çözümü için tasarlanan doğrusal programlama modeli, şu şekilde oluşturulabilir (Acar, 1989, s.61):

Modeldeki Değişkenler

X_{ij} : j üretim süreciyle üretilen i ürününün miktarı
(i = 1, 2, ..., n) (j = 1, 2, ..., m)

Modelde n tane ürün, m tane üretim süreci olduğundan (n*m) tane karar değişkeni vardır.

Modeldeki Parametreler

(i = 1, 2, ..., n), (j = 1, 2, ..., m) ve (k = 1, 2, ..., l) olmak üzere;

D_i : Plânlama dönemi içinde üretilmesi gereken i ürünü (istem) miktarı

b_k : k üretim kaynağının dönem içindeki varolan kapasitesi

a_{ijk} : j üretim sürecinde, bir adet i ürünü üretebilmek için gereken k üretim kaynağı miktarı

C_{ij} : j üretim sürecinde, bir adet i ürünü üretmenin değişken mâliyeti

Z : Dönem içindeki toplam üretim mâliyeti

parametreleri bulunmaktadır.

Amaç Fonksiyonu

Problemde, toplam mâliyeti enküçükleyecek X_{ij} değerlerinin saptanması amaçlanmaktadır.

$$\text{Enk } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (C_{ij} * X_{ij}) \quad (3.10)$$

Modeldeki Kısıtlar

a) İstem Kısıtları

Burada i ürününün dönem içindeki toplam üretiminin, istemi karşılaması koşulu belirlenmelidir. Her bir üretim sürecinde üretilen i ürünleri toplamının isteme eşit olması gerekmektedir.

$$\sum_{j=1}^m X_{ij} = D_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.11)$$

b) Kapasite Kısıtları

Burada her j üretim sürecinde üretilen i ürünlerinin k kaynağını kullanma miktarlarının toplamının, k kaynağının varolan kapasitesinden büyük olamayacağı koşulu belirlenmelidir. Tüm k kaynakları için geçerli olan bu koşul, kaynakların, varolan kapasitelerinden fazla kullanılma olasılığını ortadan kaldırmaktadır.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (X_{ij} * a_{ijk}) \leq b_k \quad \begin{matrix} (i = 1, 2, \dots, n) \\ (j = 1, 2, \dots, m) \\ (k = 1, 2, \dots, l) \end{matrix} \quad (3.12)$$

c) Negatif Olmama Kısıtları

Problemdeki tüm karar değişkenleri sıfırdan büyük olmalıdır. Amaç, negatif üretim yapılmasını önlemektedir. Karar değişkeni sayısı (n*m) kadar kısıt olacaktır.

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (3.13)$$

Örnek 3.17.

Bir üretici, gelecek dört ay (i) boyunca üreteceği bir ürüne ilişkin istemleri (R_i) bilmektedir. Firma, normal mesai sırasında en fazla B_i (adet/ay), fazla mesai sırasında ise en fazla FB_i (adet/ay) kadar üretim yapabilmektedir. i. ayda üretilen bir ürünün mâliyeti, normal mesaide C_i (PB/adet), fazla mesaide ise FC_i (PB/adet) kadardır. Ayda 1 PB/adet'lik depolama mâliyeti gözönüne alınarak, gelecek ayların gereksinimi önceden üretilenmektedir. Firma her ay için, normal ve fazla mesailerde ne miktarlarda üretim yapması gerektiğini hesaplamak istemektedir. Sayısal bilgiler, Tablo 3.28.'de verilmiştir.

Tablo 3.28. Örnek 3.17. ile ilgili veriler

Birim	Ay (i)	1	2	3	4
adet/ay	R_i	5	6	8	6
adet/ay	B_i	9	9	9	9
adet/ay	FB_i	3	3	3	3
PB/adet	C_i	1	4	2	4
PB/adet	FC_i	2	6	4	6

İlk ay için depolama masrafı yoktur. Dördüncü ay, daha sonraki aylar için üretim yapılmamaktadır. Toplam mâliyeti enazlayan üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

X_{ij} : i. ayda, j. mesaide üretilecek ürün miktarı (adet/ay)
(i = 1, 2, 3, 4) (j = 1 (normal mesai), 2 (fazla mesai))

S_i : (i-1). ay üretilip i. aya taşınan ürün miktarı (adet/ay) (i = 2, 3, 4)

$$\text{Enk } Z = X_{11} + 2 X_{12} + 4 X_{21} + 6 X_{22} + 2 X_{31} + 4 X_{32} + 4 X_{41} + 6 X_{42} + S_2 + S_3 + S_4$$

Üretim Kısıtları

$$X_{i1} \leq 9 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$X_{i2} \leq 3 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

İstem Kısıtları

$$X_{11} + X_{12} - S_2 = 5$$

$$X_{21} + X_{22} + S_2 - S_3 = 6$$

$$X_{31} + X_{32} + S_3 - S_4 = 8$$

$$X_{41} + X_{42} + S_4 = 6$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (j = 1, 2)$$

$$S_i \geq 0 \quad (i = 2, 3, 4)$$

Örnek 3.18.

Bir kağıt fabrikası, genişlikleri ve uzunlukları Tablo 3.29.'da verilmiş olan üç kağıt rulosu sipârişi almıştır. Rulolar, genişlikleri 10 cm ve 20 cm olmak üzere iki ayrı standartta ve belirsiz bir uzunlukta üretilmekte olup, sipârişte belirlenen ölçülere göre kesilmektedir. İstemi karşılamak amacıyla kesim kaybını enküçükleyecek üretim programını saptamamıza yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo 3.29. Örnek 3.18. ile ilgili veriler

Sipâriş No	Genişlik (cm)	Uzunluk (cm)
1	5	10.000
2	7	30.000
3	9	20.000

İstenen 5, 7 ve 9 cm'lik genişlikleri elde etmek için, 10 ve 20 cm'lik ruloların tüm kesme kombinasyonları gözönüne alınacaktır. İlgili bilgiler, Tablo 3.30'da görüldüğü gibidir.

Tablo 3.30. Örnek 3.18. ile ilgili kesim kaybı hesaplama tablosu

Genişlik	i = 1 (10 cm)			i = 2 (20 cm)						Gereksinim
	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₂₅	X ₂₆	
5 cm	2	0	0	4	2	2	1	0	0	10.000
7 cm	0	1	0	0	1	0	2	1	0	30.000
9 cm	0	0	1	0	0	1	0	1	2	20.000
Kesim Kaybı	0	3	1	0	3	1	1	4	2	

X_{ij} : j şekli kullanılarak kesilen i rulusunun uzunluğu
 (i = 1 (10 cm); j = 1, 2, 3) (i = 2 (20 cm); j = 1, 2, 3, 4, 5, 6)

S_i : i. rulodan artan kağıtların uzunluğu (i = 1 (5 cm), 2 (7 cm), 3 (9 cm))

$$\text{Enk } Z = 3 X_{12} + X_{13} + 3 X_{22} + X_{23} + X_{24} + 4 X_{25} + 2 X_{26} + 5 S_1 + 7 S_2 + 9 S_3$$

Kısıt Denklemleri

$$\begin{aligned} 2 X_{11} + 4 X_{21} + 2 X_{22} + 2 X_{23} + X_{24} - S_1 &= 10.000 \\ X_{12} + X_{22} + 2 X_{24} + X_{25} - S_2 &= 30.000 \\ X_{13} + X_{23} + X_{25} + 2 X_{26} - S_3 &= 20.000 \end{aligned}$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$\begin{aligned} X_{ij} &\geq 0 \quad (i = 1; j = 1, 2, 3) \quad (i = 2; j = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \\ S_i &\geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

Örnek 3.19.

Bir firma, A ve B ürünlerinin montajını yapmaktadır. A ürününün montajı 0,2 saat/adet, B ürününün montajı ise 0,25 saat/adet sürmektedir. Her çalışma döneminde 100 saatlik normal mesai ve 40 saatlik fazla mesai çalışma süresi vardır. Firma, üç çalışma döneminde, Tablo 3.31.'de gösterilen istem miktarlarında üretimi gerçekleştirmektedir.

Tablo 3.31. Örnek 3.19. ile ilgili veriler

Dönem	Ürün A	Ürün B
1	225	200
2	375	260
3	450	300

Her çalışma döneminde, ileriki dönemlerde kullanılmak üzere üretim yapılabilir. Eksik kalan siparişin üçüncü dönemden daha sonra teslimi olanaklı değildir. Firmanın bu koşullar altında taahhüdünü yerine getirip getiremeyeceğini kontrol ediniz. Saatlik işgücü mâliyetleri; normal mesai için 400 PB, fazla mesai için ise 800 PB'dir. Üretilmiş bir adet ürünü, bir çalışma dönemi depolama mâliyeti; A ürünü için 125 PB, B ürünü için ise 120 PB'dir. İzleyen dönem için 1 adet ürünü depolama mâliyeti, hem A hem de B için 100 PB'dir. Bu değerleri esas alarak, amaç fonksiyonunda kullanılacak mâliyet katsayılarını hesaplayınız. Bu problem için üretim mâliyetini enküçükleyen üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

ijkl : i tipi mesaide, j. dönemde üretilen ve l. dönemde teslim edilecek olan k ürününün üretim miktarı

(i = N (normal mesai), F (fazla mesai)) (j = 1, 2, 3) (k = A, B) (l = 1, 2, 3)

Gereken İşlem Süreleri

A ürünü : $225 * 0,2 = 45$ saat

B ürünü : $200 * 0,25 = 50$ saat

1. dönem: $45 + 50 = 95$ saat

A ürünü : $375 * 0,2 = 75$ saat

B ürünü : $260 * 0,25 = 65$ saat

2. dönem: $75 + 65 = 140$ saat

A ürünü : $450 * 0,2 = 90$ saat

B ürünü : $300 * 0,25 = 75$ saat

3. dönem: $90 + 75 = 165$ saat

Toplam Gereksinim = $95 + 140 + 165 = 400$ saat

Kapasite = $3 * (100 + 40) = 420$ saat

Firma, bu koşullar altında taahhüdünü yerine getirebilir.

Amaç Fonksiyonunda Kullanılacak Mâliyet Katsayıları

N1A1 : $400 * 0,2 = 80$

N1A2 : $80 + 125 = 205$

N1A3 : $205 + 100 = 305$

N2A2 : 80

N2A3 : $80 + 125 = 205$

N3A3 : 80

F1A1 : $800 * 0,2 = 160$

F1A2 : $160 + 125 = 285$

F1A3 : $285 + 100 = 385$

F2A2 : 160

F2A3 : $160 + 125 = 285$

F3A3 : 160

N1B1 : $400 * 0,25 = 100$

N1B2 : $100 + 120 = 220$

N1B3 : $220 + 100 = 320$

N2B2 : 100

N2B3 : $100 + 120 = 220$

N3B3 : 100

F1B1 : $800 * 0,25 = 200$

F1B2 : $200 + 120 = 320$

F1B3 : $320 + 100 = 420$

F2B2 : 200

F2B3 : $200 + 120 = 320$

F3B3 : 200

$$\begin{aligned} \text{Enk Z} = & 80 N1A1 + 205 N1A2 + 305 N1A3 + 80 N2A2 + 205 N2A3 + 80 N3A3 \\ & + 160 F1A1 + 285 F1A2 + 385 F1A3 + 160 F2A2 + 285 F2A3 + 160 F3A3 \\ & + 100 N1B1 + 220 N1B2 + 320 N1B3 + 100 N2B2 + 220 N2B3 \\ & + 100 N3B3 + 200 F1B1 + 320 F1B2 + 420 F1B3 + 200 F2B2 + 320 F2B3 \\ & + 200 F3B3 \end{aligned}$$

Kapasite Kısıtları

1. dönem için:

$$\begin{aligned} 0,2 (N1A1 + N1A2 + N1A3) + 0,25 (N1B1 + N1B2 + N1B3) & \leq 100 \\ 0,2 (F1A1 + F1A2 + F1A3) + 0,25 (F1B1 + F1B2 + F1B3) & \leq 40 \end{aligned}$$

2. dönem için:

$$\begin{aligned} 0,2 (N2A2 + N2A3) + 0,25 (N2B2 + N2B3) & \leq 100 \\ 0,2 (F2A2 + F2A3) + 0,25 (F2B2 + F2B3) & \leq 40 \end{aligned}$$

3. dönem için:

$$\begin{aligned} 0,2 N3A3 + 0,25 N3B3 & \leq 100 \\ 0,2 F3A3 + 0,25 F3B3 & \leq 40 \end{aligned}$$

İstem Kısıtları

$$\begin{aligned} N1A1 + F1A1 & = 225 \\ N1A2 + N2A2 + F1A2 + F2A2 & = 375 \\ N1A3 + N2A3 + N3A3 + F1A3 + F2A3 + F3A3 & = 450 \\ N1B1 + F1B1 & = 200 \\ N1B2 + N2B2 + F1B2 + F2B2 & = 260 \\ N1B3 + N2B3 + N3B3 + F1B3 + F2B3 + F3B3 & = 300 \end{aligned}$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$ijkl \geq 0 \quad (i = N, F) (j = 1, 2, 3) (k = A, B) (l = 1, 2, 3)$$

Örnek 3.20.

Bir işletmede üç farklı motor parçasının (A, B, C) üretimi için üretim plânı hazırlanacaktır. Bu üç parça, dört atölyede (torna, taşlama, kaplama, kontrol) işlenmektedir. Plânlama dönemi içinde A, B ve C'den sırasıyla 300, 700 ve 450 adet üretilmesi istenmektedir. Torna ve taşlama atölyelerinde farklı üretim seçenekleri söz konusudur. Torna atölyesinde iki değişik tezgâhla (revolver ve CNC torna) bu üç ürün üretilmektedir. Taşlama atölyesinde ise iki değişik yöntemle üretim gerçekleştirilebilmektedir. Her iki atölyedeki üretim seçeneklerinin mâliyetleri farklıdır. Gerekli bilgiler, Tablo 3.32.'de verilmiştir. Hangi üründen, hangi aşamada, ne kadar üretmemizin toplam mâliyeti enazlayacağını hesaplamamıza olanak verecek olan doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo 3.32. Örnek 3.20. ile ilgili veriler

Atölye	Üretim Şekli	Birim Üretim Süresi (Saat)			Mâliyetler (*1.000 PB)			Üretim Kapasitesi (Saat)
		A	B	C	A	B	C	
Torna	Tezgâh-1	0,90	1,20	2,20	100	150	200	500
	Tezgâh-2	0,70	1,20	1,50	75	120	170	700
Taşlama	Yöntem-1	0,50	0,30	0,10	80	70	60	1.000
	Yöntem-2	1,10	2,10	0,50	70	110	50	850
Kaplama	-	1,70	2,80	0,80	300	500	200	1.200
Kontrol	-	0,09	0,75	0,95	10	70	95	900

Birbirinden farklı dört süreç vardır:

1. Revolver Torna – Taşlama (1. Yöntem) – Kaplama – Kontrol
2. Revolver Torna – Taşlama (2. Yöntem) – Kaplama – Kontrol
3. CNC Torna – Taşlama (1. Yöntem) – Kaplama – Kontrol
4. CNC Torna – Taşlama (2. Yöntem) – Kaplama – Kontrol

X_{ij} : i ürününden, j süreciyle üretilecek olan miktar (adet) (i = A, B, C) (j = 1, 2, 3, 4)

$$\begin{aligned}
 \text{Enk } Z &= (100+80+300+10) X_{A1} + (100+70+300+10) X_{A2} + (75+80+300+10) X_{A3} \\
 &+ (75+70+300+10) X_{A4} + (150+70+500+70) X_{B1} + (150+110+500+70) X_{B2} \\
 &+ (120+70+500+70) X_{B3} + (120+110+500+70) X_{B4} + (200+60+200+95) X_{C1} \\
 &+ (200+50+200+95) X_{C2} + (170+60+200+95) X_{C3} + (170+50+200+95) X_{C4} \\
 &= 490 X_{A1} + 480 X_{A2} + 465 X_{A3} + 455 X_{A4} + 790 X_{B1} + 830 X_{B2} + 760 X_{B3} \\
 &+ 800 X_{B4} + 555 X_{C1} + 545 X_{C2} + 525 X_{C3} + 515 X_{C4}
 \end{aligned}$$

Üretim Kapasitesi Kısıtları

$$\begin{aligned}
 0,9 (X_{A1}+X_{A2}) + 1,2 (X_{B1}+X_{B2}) + 2,2 (X_{C1}+X_{C2}) &\leq 500 \\
 0,7 (X_{A3}+X_{A4}) + 1,2 (X_{B3}+X_{B4}) + 1,5 (X_{C3}+X_{C4}) &\leq 700 \\
 0,5 (X_{A1}+X_{A3}) + 0,3 (X_{B1}+X_{B3}) + 0,1 (X_{C1}+X_{C3}) &\leq 1.000 \\
 1,1 (X_{A2}+X_{A4}) + 2,1 (X_{B2}+X_{B4}) + 0,5 (X_{C2}+X_{C4}) &\leq 850 \\
 1,7 (X_{A1}+X_{A2}+X_{A3}+X_{A4}) + 2,8 (X_{B1}+X_{B2}+X_{B3}+X_{B4}) + 0,8 (X_{C1}+X_{C2}+X_{C3}+X_{C4}) &\leq 1.200 \\
 0,09 (X_{A1}+X_{A2}+X_{A3}+X_{A4}) + 0,75 (X_{B1}+X_{B2}+X_{B3}+X_{B4}) + 0,95 (X_{C1}+X_{C2}+X_{C3}+X_{C4}) &\leq 900
 \end{aligned}$$

İstem Kısıtları

$$\begin{aligned}
 X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} + X_{A4} &= 300 \\
 X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} + X_{B4} &= 700 \\
 X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4} &= 450
 \end{aligned}$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i = A, B, C) (j = 1, 2, 3, 4)$$

Örnek 3.21.

Bir şirket, dört tip ürün üretmektedir. Her bir üründen üretilmesi gereken aylık miktarlar 3.000, 500, 1.000 ve 2.000 adettir. Şirketin fabrikasında beş üretim merkezi bulunmaktadır: Pres, delgi, montaj, boyama, paketleme. Üretimin tümü saç malzemeden yapılmaktadır. Ürün-2 ve ürün-4 için kullanılan saç, üretici firma tarafından her ay 2.000 m² gönderilmektedir. Ürün-2 için 2 m²/adet, ürün-4 için 1,2 m²/adet söz konusu saç malzeme kullanılmaktadır. Ürünler için birim üretim süresi (saat) ve birim değişken mâliyet (PB) değerleri ile üretim merkezlerinin üretim kapasiteleri (saat) Tablo 3.33'de görüldüğü gibidir. Her ürün için pres ve delgi işlemleri, fabrika dışında yaptırılabilir. Ancak bu, üretim mâliyetini % 20 artıracaktır. Gereken koşullarda, boyama bölümü ayda en çok 100 tezgâh saati fazla mesai yapabilir. Bu durumda mâliyet artışı, adet başına ürün-1 ve ürün-3 için 0,20; ürün-2 için 0,40 ve ürün-4 için ise 0,30 PB'dir. 2.000 m²'lik saç malzeme kısıtı, ancak fabrika içinde yapılan pres ve delgi işlemi için sözkonusudur. Bu koşullar altında toplam üretim mâliyetini enazlayan üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz (Acar, 1989, s.65).

Tablo 3.33. Örnek 3.21. ile ilgili veriler

Üretim Merkezi	Ürünler ve Birim Süreler (saat)				Üretim Kapasitesi (saat)
	1	2	3	4	
Pres	0,03	0,15	0,05	0,10	400
Delgi	0,06	0,12	-	0,10	400
Montaj	0,05	0,10	0,05	0,12	500
Boyama	0,04	0,20	0,03	0,12	450
Paketleme	0,02	0,06	0,02	0,05	400
Birim Değişken Mâliyet (PB)	6	15	11	14	

Problemimizde dört farklı süreç vardır. Dört farklı ürün, bu dört farklı süreç ile üretilcektir:

1. Fabrikada yapılan pres ve delgi işlemi, normal mesai ile yapılan boyama işlemi.
2. Fabrikada yapılan pres ve delgi işlemi, fazla mesai ile yapılan boyama işlemi.
3. Fabrika dışında yaptırılan pres ve delgi işlemi, normal mesai ile yapılan boyama işlemi.
4. Fabrika dışında yaptırılan pres ve delgi işlemi, fazla mesai ile yapılan boyama işlemi.

X_{ij} : i üründen, j süreciyle 1 ayda üretilcek olan miktar (adet)
(i = 1, 2, 3, 4) (j = 1, 2, 3, 4)

Şimdi birim mâliyetleri bir tablo hâlinde gösterelim (Tablo 3.34.).

Tablo 3.34. Örnek 3.21. ile ilgili birim mâliyet tablosu

	Birim Üretim Mâliyeti			
	Ürün-1	Ürün-2	Ürün-3	Ürün-4
Süreç-1	6	15	11	14
Süreç-2	6+0,2=6,2	15+0,4=15,4	11+0,2=11,2	14+0,3=14,3
Süreç-3	6*1,2=7,2	15*1,2=18	11*1,2=13,2	14*1,2=16,8
Süreç-4	7,2+0,2=7,4	18+0,4=18,4	13,2+0,2=13,4	16,8+0,3=17,1

$$\text{Enk Z} = 6 X_{11} + 6,2 X_{12} + 7,2 X_{13} + 7,4 X_{14} + 15 X_{21} + 15,4 X_{22} + 18 X_{23} + 18,4 X_{24} \\ + 11 X_{31} + 11,2 X_{32} + 13,2 X_{33} + 13,4 X_{34} + 14 X_{41} + 14,3 X_{42} + 16,8 X_{43} \\ + 17,1 X_{44}$$

Normal Mesai Kapasitesi Kısıtları

$$0,03 (X_{11}+X_{12}) + 0,15 (X_{21}+X_{22}) + 0,05 (X_{31}+X_{32}) + 0,10 (X_{41}+X_{42}) \leq 400$$

$$0,06 (X_{11}+X_{12}) + 0,12 (X_{21}+X_{22}) + 0,10 (X_{41}+X_{42}) \leq 400$$

$$\sum_{j=1}^4 (0,05 X_{1j} + 0,10 X_{2j} + 0,05 X_{3j} + 0,12 X_{4j}) \leq 500$$

$$0,04 (X_{11}+X_{13}) + 0,20 (X_{21}+X_{23}) + 0,03 (X_{31}+X_{33}) + 0,12 (X_{41}+X_{43}) \leq 450$$

$$\sum_{j=1}^4 (0,02 X_{1j} + 0,06 X_{2j} + 0,02 X_{3j} + 0,05 X_{4j}) \leq 400$$

Fazla Mesai Boyama Kapasitesi Kısıtı

$$0,04 (X_{12}+X_{14}) + 0,20 (X_{22}+X_{24}) + 0,03 (X_{32}+X_{34}) + 0,12 (X_{42}+X_{44}) \leq 100$$

Saç Malzeme Kısıtı

$$2 (X_{21}+X_{22}) + 1,2 (X_{41}+X_{42}) \leq 2.000$$

Üretim Miktarı Kısıtları

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 3.000$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 500$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 1.000$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = 2.000$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) (j = 1, 2, 3, 4)$$

Modelin çözümü sonucunda elde edilen değerler şunlardır:

$$X_{11} = 3.000, X_{23} = 300, X_{24} = 200, X_{31} = 1.000, X_{41} = 1.667, X_{43} = 333, \\ X_{12} = X_{13} = X_{14} = X_{21} = X_{22} = X_{32} = X_{33} = X_{34} = X_{42} = X_{44} = 0, \\ Z = 67.013 \text{ PB}$$

Bu en iyi (optimum) üretim programı ve üretim kapasitesinden yararlanma oranları, Tablo 3.35.'de ve Tablo 3.36.'da özet olarak verilmektedir.

Tablo 3.35. Örnek 3.21. ile ilgili birinci sonuç özet tablosu

Üretim Merkezi	Ürün-1	Ürün-2	Ürün-3	Ürün-4
1. Pres ve Delgi (Fabrika İçi)	3.000	-	1.000	1.667
2. Pres ve Delgi (Fabrika Dışı)	-	500	-	333
3. Montaj	3.000	500	1.000	2.000
4. Boyama (Normal Mesai)	3.000	300	1.000	2.000
5. Boyama (Fazla Mesai)	-	200	-	-
6. Paketleme	3.000	500	1.000	2.000

Tablo 3.36. Örnek 3.21. ile ilgili ikinci sonuç özet tablosu

Üretim Merkezi	Varolan Normal Mesai	Program	Kullanılmayan	Varolan Fazla Mesai	Program	Kullanılmayan
Pres	400	306,7	93,3	-	-	-
Delgi	400	346,7	53,3	-	-	-
Montaj	500	490,0	10,0	-	-	-
Boyama	450	450,0	-	100	40	60
Paketleme	400	210,0	190,0	-	-	-

Görüldüğü gibi; 2.000 m²'lik sac malzemenin tümü ürün-4'ün üretimi için kullanılmaktadır. Bu nedenle ürün-2'nin tümü ve ürün-4'ün bir kısmı, fabrika dışından sağlanmalıdır.

3.3.1.5. Çok Tesisli Sistemler (Çok Aşamalı Modeller)

Buraya kadar üretim sistemleri tek aşamalı olarak ele alınmıştır. Ancak pek çok kez, üretim sistemlerinin çoklu aşamalarını özel olarak modellemek gerekir. Bu durum, çoğunlukla birden fazla atölyenin birbirinden parça ve/veya yarı ürün alışverişinin söz konusu olduğu, ancak her bir atölyenin bağımsız olarak çizelgelendiği durumlar için söz konusudur. Çizelgeleme aşamasında gerekli esnekliğin tanınması, üretim maliyetlerini azaltır ancak atölyeler arasında oluşturulan stoklar nedeniyle stokta tutma maliyetleri artacaktır. Atölyeler arasında oluşturulan stoklar ya da aşamalar arası stoklar, ardışık aşamalar arasında güvenlik stoğu görevi görürler. Bu tip süreç içi stok miktarı arttıkça, aşamalar arasındaki bağımsızlık artacaktır.

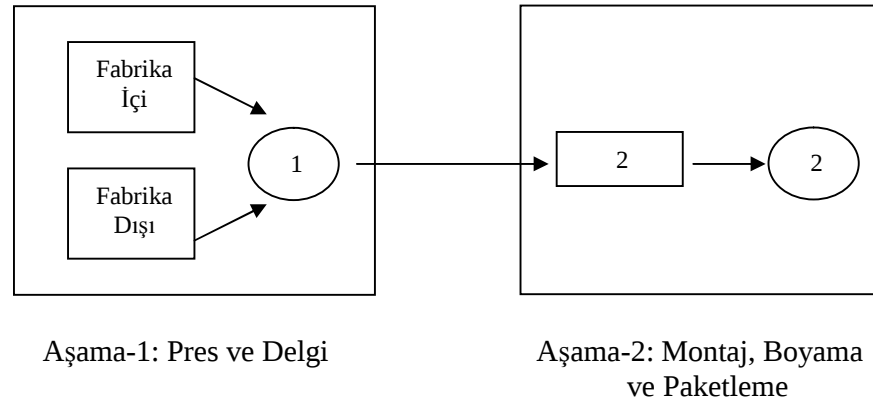
Çok aşamalı sistemlerin analizinde genellikle doğrusal programlama modelleri kullanılır. Bu amaçla kullanılan modellerin ortak bir özelliği, modelde her stok noktası için tanımlanan stok denge denklemleridir. Bu denklemlerin genel şekli şöyledir (Acar, 1989, s.68):

$$I_j = I_j^0 + X_j - \sum_{k \neq j} W_k^j (X_k) \quad (3.14)$$

I_j : j aşamasında kapanış stoğu
 I_j^0 : j aşamasında başlangıç stoğu
 X_j : j aşamasında gerçekleştirilen üretim miktarı
 $W_k^j (X_k)$: k aşamasındaki (X_k) adetlik üretimi gerçekleştirmek amacıyla j aşamasından alınan miktar

Örnek 3.22.

Örnek 3.21.'i, iki aşamalı bir üretim sistemini düşünerek formüle etmeye çalışalım. Burada birinci aşama, pres ve delgi üretim merkezlerini içersin. İkinci aşamada ise montaj, boyama ve paketlenme birimleri düşünölsün. İlk aşama, iki paralel tesis olarak değeriendirilsin: Fabrika içinde ve fabrika dışında yaptırılan pres ve delgi işlemleri. İkinci aşama ise tek bir tesis olarak incelensin. Bu durum, Şekil 3.4.'de şematik olarak gösterilmiştir (Acar, 1989, s.69).



Şekil 3.4. Örnek 3.22.'ye ilişkin açıklamalı şekil

Problemin iki aşamalı formülasyonunda kullanılan değişkenler aşağıda verilmiştir:

Karar Değişkenleri ve Parametreler

($i = 1, 2, 3, 4$) ve ($j = 1$ (normal mesaide boyama), 2 (fazla mesaide boyama)) olmak üzere;

W_i : Fabrika içinde preslenip delinen i ürünü miktarı
 X_i : Fabrika dışında preslenip delinen i ürünü miktarı
 Y_{ij} : İkinci aşamada j süreciyle üretilen i ürünü miktarı
 a_i : Bir tane i ürününün fabrika içinde preslenip delinme mâliyeti (malzeme mâliyeti dâhil)
 b_i : Bir tane i ürününün fabrika dışında preslenip delinme mâliyeti (malzeme mâliyeti dâhil)

C_{ij} : Bir tane i ürününün, ikinci aşamada, j süreciyle üretilmesinin mâliyeti parametreleri bulunmaktadır.

$$\text{Enk } Z = \sum_{i=1}^4 (a_i * W_i + b_i * X_i + C_{i1} * Y_{i1} + C_{i2} * Y_{i2})$$

Aşama-1 Kapasite Kısıtları

$$\begin{aligned} \text{Pres:} & 0,03 W_1 + 0,15 W_2 + 0,05 W_3 + 0,10 W_4 & \leq 400 \\ \text{Delgi:} & 0,06 W_1 + 0,12 W_2 + 0,10 W_4 & \leq 400 \\ \text{Saç Malzeme:} & 2 W_2 + 1,2 W_4 & \leq 2.000 \end{aligned}$$

Aşama-2 Kapasite Kısıtları

$$\begin{aligned} \text{Montaj:} & \sum_{j=1}^2 (0,05 * Y_{1j} + 0,10 * Y_{2j} + 0,05 * Y_{3j} + 0,12 * Y_{4j}) & \leq 500 \\ \text{Boyama:} & 0,04 * Y_{11} + 0,20 * Y_{21} + 0,03 * Y_{31} + 0,12 * Y_{41} & \leq 450 \\ & 0,04 * Y_{12} + 0,20 * Y_{22} + 0,03 * Y_{32} + 0,12 * Y_{42} & \leq 100 \\ \text{Paketleme:} & \sum_{j=1}^2 (0,02 * Y_{1j} + 0,06 * Y_{2j} + 0,02 * Y_{3j} + 0,05 * Y_{4j}) & \leq 400 \end{aligned}$$

Stok Denge Denklemleri

$$\begin{aligned} 1. \text{ Aşama:} & W_1 + X_1 = Y_{11} + Y_{12} \\ & W_2 + X_2 = Y_{21} + Y_{22} \\ & W_3 + X_3 = Y_{31} + Y_{32} \\ & W_4 + X_4 = Y_{41} + Y_{42} \\ 2. \text{ Aşama:} & Y_{11} + Y_{12} = 3.000 \\ & Y_{21} + Y_{22} = 500 \\ & Y_{31} + Y_{32} = 1.000 \\ & Y_{41} + Y_{42} = 2.000 \end{aligned}$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$\begin{aligned} W_i & \geq 0 & (i = 1, 2, 3, 4) \\ X_i & \geq 0 & (i = 1, 2, 3, 4) \\ Y_{ij} & \geq 0 & (i = 1, 2, 3, 4) (j = 1, 2) \end{aligned}$$

Bu problemin en iyi çözümü şöyledir:

$$\begin{aligned} W_1 & = 3.000, W_3 = 1.000, W_4 = 1.667 \\ X_2 & = 500, X_4 = 333 \\ Y_{11} & = 3.000, Y_{21} = 300, Y_{22} = 200, Y_{31} = 1.000, Y_{41} = 2.000 \end{aligned}$$

$$W_2 = X_1 = X_3 = Y_{12} = Y_{32} = Y_{42} = 0$$

Bu çözüm, Örnek 3.21.'deki çözümle aynıdır.

Bu iki örnek karşılaştırıldığında, iki aşamalı formülasyonda daha fazla kısıt olduğu görülecektir. Buna karşılık, bu tip formülasyonun avantajlarını şöyle özetleyebiliriz:

1. Seçenek süreç kombinasyonlarının tek tek tanımlanmasına gerek yoktur.
2. Mâliyetler, üretim hızları ya da süreçlerin değişmesi durumunda model, çok ufak değişikliklerle rahatlıkla kullanılır. Bu ise, çok ürünlü, çok aşamalı sistemler için önemli bir avantajdır.

3.3.2. Değişken Hızlı Üretim Plânlamada Doğrusal Programlama Yaklaşımları

3.3.2.1. Genel Bilgi

Dinamik plânlama problemlerinde eğer mâliyetler, üretim programındaki değişkenlerin doğrusal işlevleri ise, o zaman doğrusal programlama yöntemi, bu problemlerin çözümünde rahatlıkla kullanılabilir. Ancak doğrusal programlama modelleri de problemin özelliklerine ve mâliyetlerin niteliklerine göre yapısal farklılıklar gösterir (Acar, 1989, s.73).

İzleyen bölümlerde, dinamik plânlama problemlerinde kullanılan doğrusal programlama modelleri verilmiştir.

3.3.2.2. Üretim Hızını Değiştirme Mâliyeti ve Karşılanamayan İstemin Mâliyeti Olan Bir Model

Bu modelde, T alt-dönemlik bir üretim plânlama dönemi ele alınmaktadır. Üretim hızı, bir dönemden diğerine değiştirilebilmekte olup, bunun getirdiği mâliyet gözönünde tutulmaktadır. Ayrıca zamanında karşılanamayan istemin de bir mâliyeti olduğu varsayılmıştır. Tasarlanan doğrusal programlama modeli şu şekilde oluşturulabilir (Bu modelin kurulabilmesi için I_0 ve X_0 değerlerinin bilinmesi gerekmektedir) (Acar, 1989, s.73):

Modeldeki Değişkenler

X_t : t dönemindeki üretim miktarı (adet) (t = 1, 2, ..., T)

Modeldeki Parametreler

(t = 1, 2, ..., T) olmak üzere;

I_t : t dönemi sonundaki net stok

I_t^+ : t dönemi sonunda eldeki stok (siparişler dâhil)

I_t^- : t dönemi sonunda karşılanamayan istem

Δ_t^+ : (t-1) döneminden t dönemine geçerken üretim düzeyinde yapılan artırım

Δ_t^- : (t-1) döneminden t dönemine geçerken üretim düzeyinde yapılan indirim

C_t : t döneminde birim üretim mâliyeti

h_t : t döneminden (t+1) dönemine stokta tutmanın mâliyeti

π_t : t döneminden (t+1) dönemine devredilen, karşılanamayan istemin birim mâliyeti

λ_t : (t-1) döneminden t dönemine geçerken birim üretim düzeyini artırma mâliyeti

W_t : (t-1) döneminden t dönemine geçerken birim üretim düzeyini azaltma mâliyeti

P_t : t dönemindeki en üst üretim düzeyi

D_t : t döneminin istemi

parametreleri bulunmaktadır.

Amaç Fonksiyonu

Bu problemde amaç, modeldeki mâliyet öğeleri toplamını enküçükleyecek X_t üretim değerlerinin bulunmasıdır.

$$\text{Enk } Z = \sum_{t=1}^T (C_t * X_t + h_t * I_t^+ + \pi_t * I_t^- + W_t * \Delta_t^-) \quad (3.15)$$

Modeldeki Kısıtlar

$$I_t = I_{t-1} + X_t - D_t \quad (t=1,2,\dots,T) \quad (3.16)$$

$$I_t = I_t^+ - I_t^- \quad (t=1,2,\dots,T) \quad (3.17)$$

$$X_t = X_{t-1} + \Delta_t^+ + \Delta_t^- \quad (t=1,2,\dots,T) \quad (3.18)$$

$$X_t \leq P_t \quad (t=1,2,\dots,T) \quad (3.19)$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_t, I_t^+, I_t^-, \Delta_t^+, \Delta_t^- \geq 0 \quad (t=1,2,\dots,T) \quad (3.20)$$

3.3.2.3. Üretim ve Stokta Tutma Mâliyetleri Olan Bir Model

Bu modelde de, T alt-dönemlik bir üretim plânlama dönemi ele alınmaktadır. Ürünün üretilmesi için birden fazla üretim veya satınalma kaynağı olduğu ve ürünün bir dönemden diğerine belli bir mâliyetle stoklanacağı varsayılır. Ayrıca her bir kaynağın belli bir dönemde, istemle aynı cinsten ifâde edilen bir kapasitesi olduğu kabul edilir. Bu durumda model şöyle kurulabilir (Acar, 1989, s.74):

Modeldeki Değişkenler

X_{it} : t döneminde, i kaynağından temin edilmesi plânlanan ürün miktarı
(i = 1, 2, ..., m) (t = 1, 2, ..., T)

Modeldeki Parametreler

(i = 1, 2, ..., m) ve (t = 1, 2, ..., T) olmak üzere;

D_t : t dönemindeki istem

m : Herhangi bir dönemde ürünün kaynaklarının sayısı (ürünün kaç yolla üretilebileceği veya kaç kaynaktan sağlanabileceği)

P_{it} : t döneminde, i kaynağının kapasitesi (ürünün miktarı cinsinden)

C_{it} : t döneminde, i kaynağından bir adet ürün temin etmenin değişken mâlîyeti

h_t : t döneminden (t+1) dönemine kadar bir adet ürün stoklamanın mâlîyeti

I_t : t döneminin sonunda, t dönemindeki istemin karşılanmasından sonra kalan stok düzeyi

parametreleri bulunmaktadır.

Amaç Fonksiyonu

Bu problemde amaç, plânlama dönemi süresince, toplam mâlîyeti enküçükleyecek şekilde, X_{it} karar değişkenlerinin hesaplanmasıdır.

$$\text{Enk } Z = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^m (C_{it} * X_{it} + h_t * I_t) \right) \quad (3.21)$$

Modeldeki Kısıtlar

$$X_{it} \leq P_{it} \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (t=1,2,\dots,T) \quad (3.22)$$

$$I_t = I_{t-1} + \sum_{i=1}^m X_{it} - D_t \quad (t=1,2,\dots,T) \quad (3.23)$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$X_{it}, I_t \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (t=1,2,\dots,T) \quad (3.24)$$

Ancak bu modelin çözümünde kullanılacak olan matematiksel optimizasyon teknikleri, genel olarak çok fazla hesap gerektirdiğinden ve çözülecek problemin soyut yapısından dolayı zorluklar doğuracağından, böyle problemlerin çözümünde, daha kolay tekniklerin araştırılması gerekebilir.

Esasen yukarıda verilen problem yeniden incelenirse, karar değişkenlerinin farklı bir tanımı yapılarak, problemin, transportasyon modelinin yapısına benzetilebileceği rahatlıkla görülür:

y_{ijk} : i kaynağı ile, j döneminde, k döneminin istemini karşılamak üzere üretilen ürün miktarı

γ_{ijk} : j döneminde, i kaynağı ile bir adet ürün üretilip, bu ürünü k dönemine kadar stokta tutmanın birim değişken mâliyeti

$$\gamma_{ijk} = C_{ij} + h_j + h_{j+1} + \dots + h_{k-1} \quad (k \geq j) \quad (3.25)$$

Örneğin;

$$\gamma_{113} = C_{11} + h_1 + h_2$$

Fiziksel olarak; eğer dönem-3'deki istemi dönem-1'de, kaynak-1'le ürettiğimiz ürün ile karşılamak istersek, ortaya çıkan mâliyet katsayısı γ_{113} olacaktır.

Ayrıca ($k < j$) için ($y_{ijk}=0$) ve ($\gamma_{ijk}=0$) olacaktır.

Bu modelde, başlangıç stoğunun sıfır olduğu ya da bu stoğun, dönem-1'in istemini karşılamaya uygun olduğu varsayılmaktadır. Bu şekilde D_t değerleri, net istemi belirleyecektir.

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Enk } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^T \sum_{k=j}^T (\gamma_{ijk} * y_{ijk}) \quad (3.26)$$

Modeldeki Kısıtlar

$$\sum_{k=j}^T y_{ijk} \leq P_{ij} \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (j=1,2,\dots,T) \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k y_{ijk} = D_k \quad (k=1,2,\dots,T) \quad (3.28)$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$y_{ijk} \geq 0 \quad (3.29)$$

Bu formülasyonun, doğrusal programlama transportasyon modeli oluşturduğu görülmektedir. Problem, transportasyon algoritmasıyla çözülebileceği gibi, aynı zamanda aşağıda verilen yöntemle, en az mâliyet çözümü kolaylıkla elde edilecektir:

1. İlk dönemdeki istem, en ucuz kaynaklardan karşılanır.
2. Kapasiteler, ilk dönemdeki istemin karşılanmasından sonra geriye kalan miktarlar belirtecek şekilde ayarlanır.
3. İkinci dönemdeki istem, en ucuz kaynaklardan karşılanır.
4. Kapasiteler ayarlanır.

5. 3–4 aşamaları, 3–T arası dönemler için yinelenir.

Bu problemin transportasyon matrisi, Tablo 3.37.'de verilmiştir.

Tablo 3.37 Üretim ve stokta tutma mâliyetleri olan bir modelin transportasyon matrisi

Kaynak		İstem Dönemi-1	İstem Dönemi-2	...	İstem Dönemi-T	Kullanılmayan Kapasite	Eldeki Kapasite	
Başlangıç Stoğu		0	γ_{02}	...	γ_{0T}	$\gamma_{0(T+1)}$	I_0	
Dönem-1	1	γ_{111}	γ_{112}	...	γ_{11T}	0	P_{11}	
	2	γ_{211}	γ_{212}	...	γ_{21T}	0	P_{21}	
	.	.	.	...	.	.	.	
	m	γ_{m11}	γ_{m12}	...	γ_{m1T}	0	P_{m1}	
Dönem-2	1	X	γ_{122}	...	γ_{12T}	0	P_{12}	
	2		γ_{222}	...	γ_{22T}	0	P_{22}	
	.		.	...	.	.	.	
	m		γ_{m22}	...	γ_{m2T}	0	P_{m2}	
.		X	X	X	.	.	.	
.					.	.	.	.
.					.	.	.	.
.					.	.	.	.
Dönem-T	1	X	X	X	γ_{1TT}	0	P_{1T}	
	2				γ_{2TT}	0	P_{2T}	
	.				.	.	.	
	m				γ_{mTT}	0	P_{mT}	
İstem		D_1	D_2	...	D_T	S^*		

Verilen örneklerden de görülebileceği gibi, modellerde tek ürünlü sistemler ele alınmıştır. Burada üç durum söz konusudur:

1. Sistemde tek bir ürün üretilmektedir.
2. Sistemde birden fazla ürün üretilmektedir. Ancak üretim süreçleri ve kaynaklar, her bir ürün için ayrı plânlama yapılmasına elverişlidir. Dolayısıyla ürünler, birbirinden bağımsız olarak plânlanabilir.
3. Sistemde yine birden fazla ürün üretilmektedir. Ancak tüm ürünlerin birleşik düzeyi için plânlama yapılmaktadır. Dolayısıyla her bir ürün için ayrı ayrı üretim miktarları belirlemek gerekmez. Böyle durumlarda genellikle yöneticiler kapasite, kaynaklar ve özellikle işgücü düzeyleri hakkında karar vermek durumundadır. Dinamik plânlamada, bu tip problemler **bütünleştirilmiş plânlama** veya **üretimin zaman içinde dengelenmesi ve kaynak dengelemesi** olarak bilinir.

ALİŞTIRMALAR

Alıştırma 3.1.

Bir fabrikada oniki ayı içeren bir üretim döneminde, üretilen bir ürüne ilişkin aylık istem değerleri, sırasıyla 36, 34, 35, 35, 36, 41, 41, 42, 47, 51, 58 ve 48 ton; plânlama dönemi başındaki stok değeri 12 ton; dönem sonunda istenilen stok miktarı ise 24 ton olarak belirlenmiştir. Sabit ve değişken üretim hızlarına göre üretim yapılması durumları için aylık üretim miktarlarını bulunuz.

Alıştırma 3.2.

Bir fabrikada sekiz haftayı içeren bir üretim döneminde, üretilen bir ürüne ilişkin haftalık istem değerleri (adet), sırasıyla 25, 30, 33, 33, 24, 32, 25 ve 30'dur. Bu üründen, geçmiş dönemlerde üretilmiş olup satılmayan ve yeni dönemde satışa hazır durumda 91 adet vardır. Bu sekiz haftalık dönemin sonunda da, bir sonraki dönemde kullanılmak üzere 83 adet stok kalması istenmektedir. Sabit ve değişken üretim hızlarına göre üretim plânlama yapılması durumlarında, haftalık üretim ve hafta sonu stok miktarlarını bulunuz.

Alıştırma 3.3.

Bir elektronik eşya üreticisi işletme; önümüzdeki yılın toplu üretim plânını oluşturmak istemektedir. Bu işletme, istemdeki dalgalanmaları; elde bulundurma (stokta tutma), fazla mesai yapma ve fason üretim yaptırma stratejilerini kullanarak karşılamayı düşünmektedir. Geçmiş yılların verilerinden yararlanarak ve istem öngörüsü tekniklerini kullanarak belirlenen 51 ekran renkli TV istem öngörülerini, Tablo A.3.1.'de verilmiştir:

Tablo A.3.1. Alıştırma 3.3. ile ilgili veriler

Ay	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
İstem (*100 adet)	70	105	210	190	210	100	85	70	125	190	210	120

Bâzi kapasite ve mâliyet değerleri aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

- Normal mesai kapasitesi : 13.300 adet/ay
- Fazla mesai kapasitesi : 2.800 adet/ay
- Fason üretim kapasitesi : Sınırsız
- Normal mesaide birim üretim mâliyeti : 60 PB/adet
- Fazla mesaide birim üretim mâliyeti : 69 PB/adet
- Fason üretim mâliyeti : 74 PB/adet
- Elde bulundurma (stokta tutma) mâliyeti : 2 PB/adet*ay

Öngörülen istemler dikkate alınarak üretim yapılacaktır. Yukarıdaki veriler ışığında en ekonomik üretim plânını belirleyiniz (Her ay için normal mesai, fazla mesai ve fason üretim miktarlarını belirleyiniz) ve bu plânın toplam mâliyetini belirleyiniz.

Alıştırma 3.4.

Bir işletmenin ürünlerine olan toplu ürün talebi, aylara göre Tablo A.3.2.'deki gibidir.

Tablo A.3.2. Alıştırma 3.4. ile ilgili veriler

Ay	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
İstem (*1.000 adet)	10	12	15	40	130	200	100	40	30	20	40	10

Kapasite ve mâliyet verileri ise aşağıdaki gibidir:

Normal mesai kapasitesi (adet/ay)	: 50.000
Fazla mesai kapasitesi (adet/ay)	: 10.000
Normal mesai mâliyeti (PB/adet)	: 20
Fazla mesai mâliyeti (PB/adet)	: 26
Fason üretim mâliyeti (PB/adet)	: 29
Elde bulundurma mâliyeti (PB/adet*ay)	: 2
Elde bulundurmama mâliyeti (PB/adet*ay)	: 10

- Ekonomik bir toplu üretim plânı oluşturunuz ve toplam mâliyeti hesaplayınız.
- Başlangıç stoğunun 25.000 adet, dönem sonu (bitiş) stoğunun ise 50.000 adet olması istenseydi, üretim plânı ve mâliyeti nasıl değişirdi ? Hesaplayarak gösteriniz.

Alıştırma 3.5.

Bir firma ocak, şubat, mart ve nisan aylarının üretimini plânlamak istemektedir. Söz konusu aylardaki istem, sırasıyla 35.000, 37.000, 45.000 ve 33.000 adettir. Ürün başına kâr; normal mesai ile üretilen ürünlerde 100.000 PB, fazla mesai ile üretilen ürünlerde ise 85.000 PB'dir. Stokta tutma mâliyeti ise 20.000 PB/adet*ay'dır. Normal mesai ve fazla mesai kapasiteleri sırasıyla ocak ayında 40.000 ve 10.000, şubat ayında 25.000 ve 5.000, mart ayında 30.000 ve 10.000, nisan ayında ise 25.000 ve 5.000 adettir. Buna göre kârı enbüyükleyecek ana üretim plânını, tablo tekniğini kullanarak belirleyiniz.

Alıştırma 3.6.

Bir işletme, beş dönemlik ana üretim plânı yapmak istemektedir. Bu beş döneme ilişkin istemler sırasıyla 150, 300, 270, 460 ve 220 adettir. Herhangi bir ayda bir adet ürün üretmenin mâliyeti 60 PB (Para Birimi)'dir. Bir adet ürünü bir dönem stokta tutmanın mâliyeti ise 10 PB'dir. Öte yandan istemi karşılayamamaktan dolayı ürün başına olan yoksatma (elde bulundurmama) mâliyeti ise 15 PB'dir. Üretim kapasitesi, varolan üretim olanaklarına göre değişmekte olup söz konusu beş dönem için sırasıyla 75, 270, 420, 405 ve 230 adettir. Amaç, en az mâliyetli üretim-stok plânının elde edilmesidir. Bu problemi, transportasyon modeli şekline getiriniz, bir başlangıç çözümü bulunuz (en düşük mâliyetli ögeye öncelik verme kuralıyla) ve bulunduğunuz çözümün mâliyetini hesaplayınız.

Alıştırma 3.7.

Elindeki üç tezgâhı kullanarak üç ürün üreten bir fabrika, kârını enbüyükleyecek bir üretim plânı hazırlamak istemektedir. Her ürün için her tezgâhta gerekli işlem süreleri (saat) ve tezgâhların haftalık çalışma kapasiteleri (saat), her üründen elde edilecek birim kârlar (PB), Tablo A.3.3.'de verilmiştir. Her üründen, üretildiği kadar satıldığını kabul ederek, kârı enbüyükleyen üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.3. Alıştırma 3.7. ile ilgili veriler

Tezgâhlar	Ürünler ve Birim Çalışma Süreleri (saat)			Haftalık Çalışma Kapasitesi
	A	B	C	
1	8	10	5	200
2	9	7	3	172
3	6	3	4	126
Kârlar	800	600	1.000	

Alıştırma 3.8.

Bir konfeksiyon fabrikasında üretilen A, B ve C tipi elbiselerin her birinden, sırasıyla 400, 300 ve 500 PB kazanç sağlanmaktadır. Bu elbiselerin kesim, dikim ve ütü atölyelerindeki işlem süreleri (saat) ile bu atölyelerdeki üretim kapasiteleri (saat) Tablo A.3.4.'de verilmiştir. Toplam kazancı enbüyükleyen üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.4. Alıştırma 3.8. ile ilgili veriler

Atölyeler	Elbise Tipleri			Üretim Kapasitesi
	A	B	C	
Kesim	2	5	10	80
Dikim	2	3	1	48
Ütü	5	2	6	60

Alıştırma 3.9.

Her biri üç tezgâhta işlenen iki ürüne ilişkin birim işleme süreleri (dk/adet) ve beklenen birim kârlar (PB/adet) ile tezgâhların kapasiteleri (dk), Tablo A.3.5.'de verilmiştir. Hangi üründen ne kadar üretilmesi durumunda en yüksek kârın elde edileceğini bulmamıza yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.5. Alıştırma 3.9. ile ilgili veriler

Tezgâh	Ürünler		Kapasite
	1	2	
1	12	8	1.200
2	5	15	1.300
3	6	8	1.000
Birim Kâr	6	8	

Alıştırma 3.10.

Bir çamaşır makinası fabrikasında tam otomatik AS-1000 ve AS-2000 olmak üzere iki tip çamaşır makinası üretilmektedir. AS-1000 çamaşır makinasında 7 ZB/adet (ZB: Zaman Birimi) üretim, 3 ZB/adet montaj süresi gereklidir. AS-2000 modelinde ise 4 ZB/adet üretim, 11 ZB/adet montaj süresi gereklidir. Fabrikanın üretim kapasitesi 50 ZB, montaj kapasitesi 64 ZB'dir. AS-1000 ve AS-2000 modellerinin her bir tanesinden sırasıyla 5 ve 3 PB kâr edilmektedir. Kârı enbüyükleyen üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Alıştırma 3.11.

Bir işletme, her bir tanesinden sırasıyla 2.000 PB ve 6.000 PB kâr ettiği iki ürün (A ve B) üretmektedir. Kısıtlar; depo hacmi, tezgâh süresi ve kalite kontrol süresidir. Sırasıyla bu değerler birinci ürün için 4 m³, 3 saat ve 1 saat; ikinci ürün için ise 1 m³, 2 saat ve 1 saattir. İşletmenin depo hacmi, tezgâh süresi ve kalite kontrol süresi kapasiteleri ise sırasıyla 5.000 m³, 700 saat ve 200 saattir. Toplam kârı enbüyüklemek için A ve B ürünlerinden kaç tane üretilmesi gerektiğini bulmamıza yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Alıştırma 3.12.

Bir madeni eşya fabrikası, A ve B adlarında iki ürünü üretmektedir. A ürününden haftada en fazla 180, B ürününden ise haftada en fazla 100 adet satılabilmektedir. A tipi ürünün tanesinden 300 PB ve B tipi ürünün tanesinden de 500 PB kâr edilmektedir. Fabrikada haftada 40 saat çalışılmaktadır. Ürünler, fabrikanın mekanik atölyesinde üretildikten sonra montaj atölyesinde monte edilmektedir. Mekanik atölyenin kapasitesi, saatte 7 adet A veya 3 adet B ürünü yapmaya elverişlidir. Aynı şekilde montaj atölyesi de saatte 5 adet A veya 4 adet B ürününü monte edebilecek kapasitededir. Fabrikanın, kârını enbüyüklemek için, her ürününden haftada ne kadar üretmesi gerektiğini bulmasına yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Alıştırma 3.13.

Bir şirket, her bir tanesinden sırasıyla 1.500, 2.500 ve 4.000 PB kâr ettiği A, B ve C parçalarını üretmektedir. Haftalık istemlerin A için 25'den az, B için 100'den fazla ve C için ise 30'dan az olmadığı bilinmektedir. A parçasının üretimi için 1, 2 ve 3 numaralı atölyelerde sırasıyla 2, 2 ve 3 saat işlem süresi gereklidir. B parçasının üretimi için bu değerler sırasıyla 2, 1 ve 4 saat; C parçası için ise yine sırasıyla 4, 2 ve 1 saat olarak saptanmıştır. 1 numaralı atölyenin 240 saat, 2 ve 3 numaralı atölyelerin ise sırasıyla 200 ve 160 saat haftalık işlem kapasiteleri olduğuna göre, kârı enbüyükleyen üretim plânının belirlenmesine yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Alıştırma 3.14.

Bir fabrikada, dört farklı üretim bölümü vardır ve üç farklı ürün üretilmektedir. Ürünler için alternatif iş rotaları sözkonusu olabilmekte ve dolayısıyla birim kârlar bu rotalara göre değişebilmektedir. Gerekli bilgiler, Tablo A.3.6.'da verilmiştir. B ürününden en az 10 tane ve C ürününden ise en fazla 40 tane üretilcektir. Dönem içinde her üründen kaç tane üretilmesi durumunda toplam kârın enbüyükleneceğini bulmamıza yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.6. Alıştırma 3.14. ile ilgili veriler

Ürün	Rota	Bölümler ve Birim İşlem Süreleri (dk/adet)				Birim Kâr (PB)
		1	2	3	4	
A	1	0,21	1,15	3,20	-	6.000
	2	0,21	1,15	-	2,75	5.900
B	1	1,30	2,19	-	-	10.000
	2	1,30	-	1,60	-	11.500
	3	1,30	-	-	2,40	9.700
C	1	-	4,00	2,60	1,00	8.500
Kapasite (saat)		160	140	150	120	

Alıştırma 3.15.

Bir baraj inşaatında kullanılmak istenen kum-çakıl bileşimi, % 30 kum ve % 70 çakıl içermektedir. Barajın yakınlarında bulunan, değişik kompozisyonlara sahip beş değişik karışıma ilişkin bilgiler Tablo A.3.7.'de verilmiştir. İstenen bileşimi, en düşük toplam mâliyetle elde etmek için hangi karışımdan ne miktarda kullanılması gerektiğini bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.7. Alıştırma 3.15. ile ilgili veriler

İçerik	Karışımlar ve İçerik Oranları (%)				
	1	2	3	4	5
Kum	40	20	50	80	70
Çakıl	60	80	50	20	30
Mâliyet (PB/kg)	3	2	1	1 ½	2 ½

Alıştırma 3.16.

Bir işletme, tavuk yemi hazırlamaktadır. Günlük gerekli yem karışımı miktarı 100 kg'dır. Yemde bulunması gereken spesifikasyonlar şu şekildedir:

- Kalsiyum oranı en az % 0,8 ve en çok % 1,2 olmalıdır.
- Protein oranı en az %22 olmalıdır.
- Ham fibre oranı en çok %5 olmalıdır.

Kalsiyum, protein ve ham fibre elde etmek için kullanılan elemanlar; kalsiyum karbonat, mısır ve soya fasulyesidir. Bu elemanların besleyici içerikleri ve mâliyetleri (PB/kg), Tablo A.3.8.'deki gibidir. Günlük gerekli yem karışımı mâliyetini enküçükmek amacıyla her elemanın ne miktarda kullanılması gerektiğini bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.8. Alıştırma 3.16. ile ilgili veriler

Eleman	Kalsiyum	Protein	Fibre	Mâliyet (PB/kg)
Kalsiyum Karbonat	0,380	—	—	0,0164
Mısır	0,001	0,09	0,02	0,0463
Soya Fasulyesi	0,002	0,50	0,08	0,1250

Alıştırma 3.17.

Bir dökümhane, değişik oranlarda hammaddeler içeren dört farklı karışım kullanarak bir ürün üretmektedir. Hammadde ve karışımlar ile ilgili bilgiler, Tablo A.3.9.'da verilmiştir. İşletme, karışım-2'den en fazla 400 kg, karışım-3'den en fazla 450 kg ve karışım-4'den ise en fazla 200 kg temin edebilmektedir. Karışım-1'in temini ile ilgili herhangi bir kısıtlama yoktur. İşletme, bu dört farklı karışımdan oluşan 1 ton ağırlığında bir ürün üretecektir. Ürünün içermesine izin verilen en yüksek ve en düşük hammadde oranları, Tablo A.3.10.'da verilmiştir. Hammadde mâliyetinin enküçüklenmesini amaçlayan ve ürün için hangi karışımlardan ne miktarlarda konulması gerektiğini bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.9. Alıştırma 3.17. ile ilgili veriler (1)

Karışım	Hammaddeler (%)				Mâliyet (PB/kg)
	Alüminyum	Silikon	Karbon	Magnezyum	
1	5	3	4	2	50.000
2	7	6	5	6	70.000
3	2	1	3	9	60.000
4	4	2	4	3	40.000

Tablo A.3.10. Alıştırma 3.17. ile ilgili veriler (2)

	En Düşük %	En Yüksek %
Alüminyum	2,0	5,0
Silikon	2,0	4,5
Karbon	3,0	7,0
Magnezyum	5,0	6,0

Alıştırma 3.18.

Tekel Şirketi, dört farklı tipte tütünü karıştırarak Samsun, Bafra ve Maltepe sigaralarını üretmektedir. Bu sigaralara olan istemler sırasıyla 200, 300 ve 200 ton'dur. Her tütünün hangi sigarada ne oranda bulunacağı, eldeki tütün stokları ve mâliyetleri Tablo A.3.11.'de verilmiştir. En az mâliyetle bu üretimi

gerçekleştirebilmek için, hangi sigara için hangi tütünden ne miktarda kullanılması gerektiğini hesaplamamıza olanak verecek doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.11. Alıştırma 3.18. ile ilgili veriler

Tütün Tipi	Mâliyet (1.000 PB/ton)	Eldeki Stok (ton)	Ürün Spesifikasyonları		
			Samsun	Maltepe	Bafra
1	670	600	≥ %5	≥ %60	-
2	540	400	≤ %10	-	≥ %10, ≤ %30
3	800	350	≥ %70	≥ %2, ≤ %10	-
4	350	300	≤ %5	≥ %20	≥ %80

Alıştırma 3.19.

A ve B alaşımları; E, F, G ve H olarak adlandırılan dört ayrı madenden oluşmaktadır. Alaşımların içerikleri Tablo A.3.12.'deki gibidir. Dört maden, üç ayrı cevherden elde edilmiştir. Cevherler içindeki maden yüzdesi, gerekli en fazla cevher miktarı ve cevherin ton başına mâliyeti bilgileri, Tablo A.3.13.'de verilmiştir. A ve B alaşımlarının satış fiyatları, ton başına 200 PB ve 300 PB'dir. Amaç fonksiyonu olarak, verilmiş bilginin en iyi şekilde kullanımını sağlayacak olanı seçerek, problemin doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.12. Alıştırma 3.19. ile ilgili veriler (1)

Alaşım	İstenen Özellik
A	En çok % 80 E madeni, en çok % 30 F madeni, en çok % 50 H madeni
B	% 40-%60 arası F madeni, en az % 30 G madeni, en çok % 70 H madeni

Tablo A.3.13. Alıştırma 3.19. ile ilgili veriler (2)

Cevher	En Fazla Miktar (ton)	Maden (%)					Mâliyet (PB/ton)
		E	F	G	H	Diğer	
1	1.000	20	10	30	30	10	30
2	2.000	10	20	30	30	10	40
3	3.000	5	5	70	20	-	50

Alıştırma 3.20.

Bir rafineri, oktan sayıları farklı olan üç çeşit benzin (A, B, C) üretebilmekte ve üç çeşit ham petrol (d, e, f) işleyebilmektedir. Her çeşit ham petrol, Tablo A.3.14.'deki koşulları sağlamak önkoşuluyla, farklı oktan sayılı benzin üretmekte kullanılabilmektedir. Ayrıca kullanılabilecek ham petrol miktarları için kapasite kısıtları da vardır. Ham petrollerden sağlanabilecek en yüksek miktarlar ve alış fiyatları da Tablo A.3.15.'deki gibidir. En büyük kârı sağlamak için, hangi tip ham petrolden ne miktarlarda işlenerek, hangi cins benzinlerden ne miktarlarda üretilmesi gerektiğini bulmamıza yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.14. Alıştırma 3.20. ile ilgili veriler (1)

Benzin Çeşitleri	Koşullar	Satış Fiyatı (PB/lt)
A içinde	d ham petrolü % 50'den az olmamalı e ham petrolü % 25'den çok olmamalı	8,0
B içinde	d ham petrolü % 25'den az olmamalı e ham petrolü % 50'den çok olmamalı	6,5
C içinde	herhangi bir koşul yok	5,5

Tablo A.3.15. Alıştırma 3.20. ile ilgili veriler (2)

Ham Petrol	Kapasite (lt)	Fiyat (PB/lt)
d	500.000	9,5
e	500.000	5,5
f	500.000	6,5

Alıştırma 3.21.

Bir firma, belli bir ürüne olan istemleri gecikmeli olarak karşılayabilmekte ama her geciken ay için 5.000.000 PB/ürün ödemektedir (Örneğin ocak ayının istemi mart ayında karşılanırsa 10.000.000 PB/ürün gecikme bedeli ödenecektir). Tüm istemin mart sonuna kadar karşılanması gerekmektedir. Her aya ilişkin istem (adet), üretim kapasitesi (adet) ve birim üretim mâliyeti (*1.000.000 PB/adet) değerleri, Tablo A.3.16.'da verilmiştir. Her ayın sonunda, elde bulunan stoğa 20.000.000 PB/ürün'lük bir elde bulundurma mâliyeti eklenecektir. Gecikme, elde bulundurma ve üretim mâliyetlerinin toplamını enazlayan üretim plânını bulmamızı sağlayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.16. Alıştırma 3.21. ile ilgili veriler

Ay	İstem	Üretim Kapasitesi	Birim Üretim Mâliyeti
Ocak	30	35	40
Şubat	30	30	42
Mart	20	35	41

Alıştırma 3.22.

Yedek parça üreten bir atölyede üç ürün (krank mili, silindir ve piston), dört ayrı tezgâhta işlem görerek üretilmektedir. Her ürünün her tezgâhtaki birim üretim süresi, tezgâhların üretim kapasiteleri ve ürünlerin istem miktarları Tablo A.3.17.'de verilmiştir [Tezgâh (Tez.), Yöntem (Yön.)]. İkinci ve üçüncü tezgâhlarda iki farklı üretim yöntemi vardır. Her iki tezgâh için de, farklı yöntemle aynı parça üretilebilmektedir. Yöntem ne olursa olsun tezgâhın üretim kapasitesi değişmemektedir. Ürünlerin değişken mâliyetleri Tablo A.3.18.'de verilmiştir. İstemi tümüyle ve en az toplam mâliyetle karşılayabilmek için üretilmesi gerekli ürün miktarlarını bulmamıza yardımcı olacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

Tablo A.3.17. Alıştırma 3.22. ile ilgili veriler (1)

	Tezgâhlardaki Birim Üretim Süresi (saat)						İstem (adet)
	Tez.-1	Tez.-2		Tez.-3		Tez.-4	
		Yön.-1	Yön.-2	Yön.-1	Yön.-2		
Krank mili	1,5	3	2,5	2,8	2	0,5	200
Silindir	1	5	7	3	1,5	1	700
Piston	2	4	3	4	5	1,5	1.500
Tezgâh Kapasitesi (saat)	375	800		700		250	

Tablo A.3.18. Alıştırma 3.22. ile ilgili veriler (2)

	Değişken Mâliyetler (PB/adet)					
	Tez.-1	Tez.-2		Tez.-3		Tez.-4
		Yön.-1	Yön.-2	Yön.-1	Yön.-2	
Krank mili	40	50	40	20	20	30
Silindir	45	60	80	40	30	40
Piston	30	70	30	25	35	50

Alıştırma 3.23.

Bir kağıt şirketi, 240 cm'lik ve 150 cm'lik iki kağıt rulosundan 35, 70 ve 90 cm'lik rulolar kesmektedir. Dönem içinde 35 cm'lik ruloya 600 adet, 70 cm'lik ruloya 300 adet ve 90 cm'lik ruloya 400 adet istem olacağı öngörülmektedir. İstemi karşılamak üzere kesme kaybını enazlayan plânu bulmamızı sağlayacak olan doğrusal programlama modelini kurunuz.

S_i : i. rulodan artan kağıtların uzunluğu ($i = 1$ (5 cm), 2 (7 cm), 3 (9 cm))

$$\text{Enk } Z = 3 X_{12} + X_{13} + 3 X_{22} + X_{23} + X_{24} + 4 X_{25} + 2 X_{26} + 5 S_1 + 7 S_2 + 9 S_3$$

Kısıt Denklemleri

$$\begin{aligned} 2 X_{11} + 4 X_{21} + 2 X_{22} + 2 X_{23} + X_{24} - S_1 &= 10.000 \\ X_{12} + X_{22} + 2 X_{24} + X_{25} - S_2 &= 30.000 \\ X_{13} + X_{23} + X_{25} + 2 X_{26} - S_3 &= 20.000 \end{aligned}$$

Negatif Olmama Kısıtları

$$\begin{aligned} X_{ij} &\geq 0 \quad (i = 1; j = 1, 2, 3) \quad (i = 2; j = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \\ S_i &\geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \end{aligned}$$